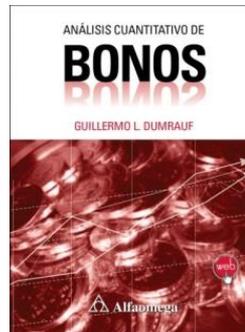


# Pricing (Valuación) y rendimiento de Bonos

Dr. Guillermo L. Dumrauf

Diciembre de 2014



*Para una lectura detallada ver:  
Análisis Cuantitativo de Bonos (Alfaomega, 2014)*

Copyright © 2014 by Dr. Guillermo L. Dumrauf

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means — electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise — without the permission of Dr. Dumrauf.  
This document provides an outline of a presentation and is incomplete without the accompanying oral commentary and discussion.

## DR. GUILLERMO L. DUMRAUF



- Doctor en ciencias económicas, Universidad de Buenos Aires. Primer promedio de su promoción.
- Asesor económico del Ministerio de Agricultura de la Nación Argentina.
- Consultor y asesor de empresas y entidades financieras en Latinoamérica y EE. UU. Ampla experiencia en valoración de compañías y asesoramiento en renta fija.
- Autor de 10 libros de finanzas, economía y matemática aplicada.
- Conferencista internacional.
- Autor y revisor de artículos para journals indexados con referato.
- Director de 7 tesis doctorales aprobadas. Miembro de Consejos Académicos de Doctorados y Maestrías.

# ¿QUÉ ES UN BONO?

Un bono es un título de deuda por el cual el emisor se obliga a:

- Pagar los intereses
- Devolver el capital
- Cumplir las cláusulas establecidas en el prospecto de emisión (*indenture*)

# MERCADOS PRIMARIO Y SECUNDARIO

1. **Mercado primario**: Colocación inicial. Venta de títulos por parte del emisor directamente a los inversores. Interviene un agente colocador (un banco)



- Gobiernos Nacionales
- Gobiernos Provinciales
- Municipalidades
- Empresas

- Inversores institucionales
  - Bancos
  - Adm. de fondos de pensión
  - Compañías de seguros
  - Fondos Comunes de Inversión
- Inversores individuales

2. **Mercado secundario**: se produce la reventa de los títulos por parte de unos inversores a otros.

# LA FUNCIÓN PRECIO-TASA DE INTERÉS

**Precio** →

**Flujo de caja futuro**

$$P = \frac{CF}{(1+k)} + \frac{CF}{(1+k)^2} + \frac{CF}{(1+k)^3} + \dots + \frac{CF}{(1+k)^n}$$

El precio del bono es una función inversa de la tasa de interés exigida (aquí  $k$  representa la TIR exigida por el inversor)

## EJEMPLO: EL BONO DE “SANTA EMILIA”

Un bono carga un cupón del 10% anual y vencimiento del capital al final del quinto año. La TIR exigida para un bono con riesgo similar es del 11% ...

$$P = \frac{10}{(1,11)} + \frac{10}{(1,11)^2} + \frac{10}{(1,11)^3} + \frac{10}{(1,11)^4} + \frac{110}{(1,11)^5} = 96,3$$

Si queremos ganar una TIR del 11%...  
...el precio que debemos pagar es 96,3

A la par	Bajo la par	Sobre la par
TIR = j (m)	TIR > j (m)	TIR < j (m)

## MEDIDAS DE RENDIMIENTO: "CURRENT YIELD"

Es el porcentaje que representa el interés periódico respecto al precio del bono. En nuestro ejemplo:

$$\frac{\text{Interés}}{\text{Precio}} = \frac{10}{96,3} = 10,38\%$$

## MEDIDAS DE RENDIMIENTO: “CURRENT YIELD”

El *current yield* proporciona una medida del rendimiento mirada desde el porcentaje que representa el cupón con respecto al precio, pero es una medida incompleta de la rentabilidad de un bono, ya que **no tiene en cuenta:**

- la reinversión de los cupones y
- las ganancias o pérdidas de capital generadas por los cambios en el precio del bono

# EL CURRENT YIELD Y LA TIR

El *current yield* puede ser igual, menor o mayor que la TIR según el precio del bono se compre:

A la par	Bajo la par	Sobre la par
$TIR = CY$	$TIR > CY$	$TIR < CY$

Si el bono se compra bajo la par, la ganancia de capital y la reinversión de los cupones a la TIR amplía la diferencia entre la TIR y el current yield.

Por el contrario, si se compra sobre la par, la pérdida de capital y la reinversión a la TIR amplía la diferencia en favor del current yield. Si se compra a la par, el cupón rinde exactamente la TIR y ésta es igual al current yield

# MEDIDAS DE RENDIMIENTO: GANANCIA DE CAPITAL

Para calcular la ganancia de capital, simplemente establecemos el porcentaje de variación del precio de un año a otro:

$$96,89 = \frac{10}{(1,11)} + \frac{10}{(1,11)^2} + \frac{10}{(1,11)^3} + \frac{110}{(1,11)^4}$$
$$G = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{96,89 - 96,3}{96,3} = 0,62\%$$

**Nota: en este ejemplo el precio del segundo año ( $P_1$ ) es el valor presente de los cupones que van desde el año 2 al año 5**

# MEDIDAS DE RENDIMIENTO: LA TIR

**TIR (Yield to maturity)**

```
graph LR; A[TIR (Yield to maturity)] --- B[Current yield]; A --- C[Ganancia de capital];
```

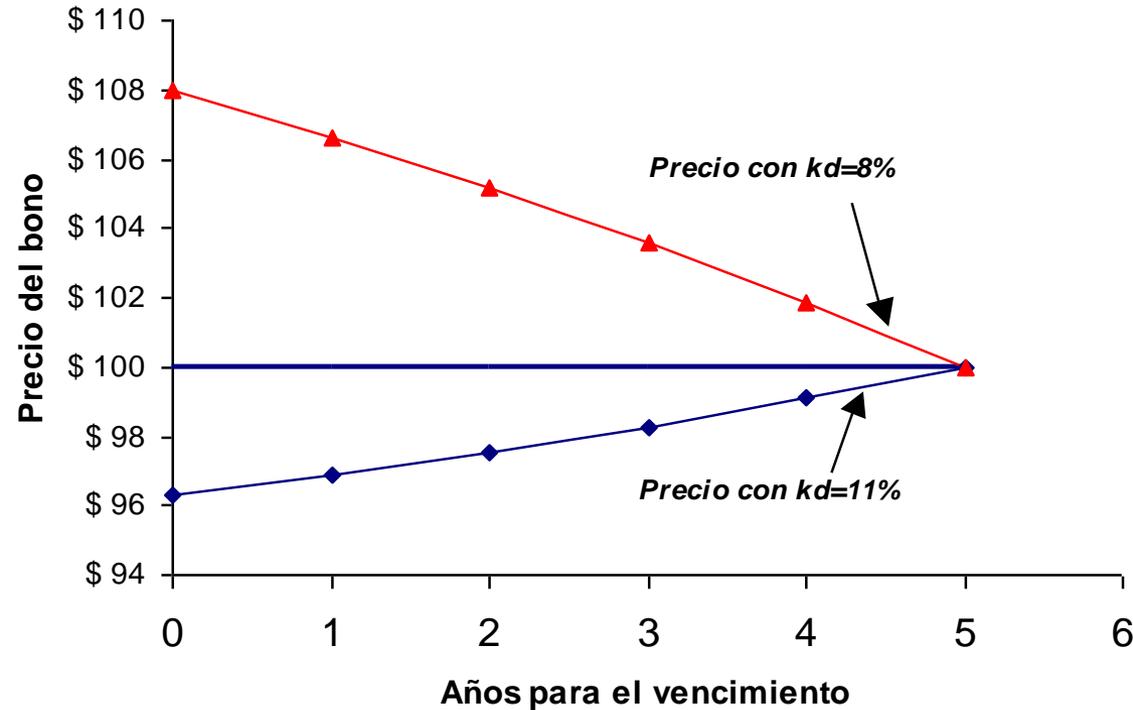
**Current yield**

**Ganancia de capital**

$$\text{TIR} = \text{CY} + \text{G} = 10,38\% + 0,62\% = 11\%$$

# CONVERGENCIA AL VALOR PAR

Año	Precio con kd=11 %	Precio con kd=10%	Precio con kd=8%
0	96,3	100,0	108,0
1	96,9	100,0	106,6
2	97,6	100,0	105,2
3	98,3	100,0	103,6
4	99,1	100,0	101,9
5	100,0	100,0	100,0



**La convergencia al valor par es un argumento de valor presente!!**

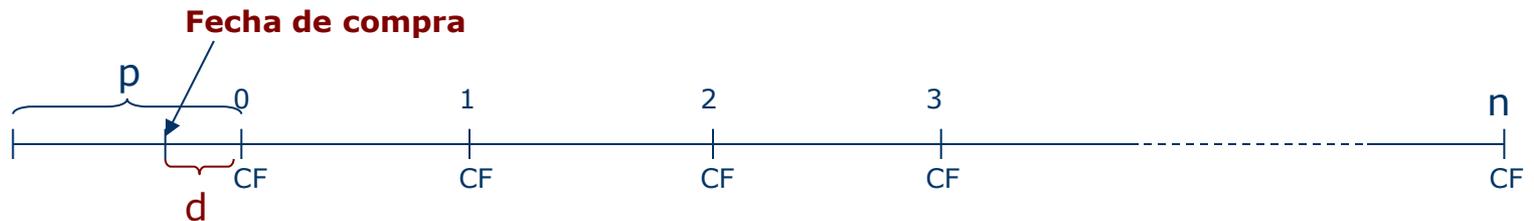
# EJERCICIOS

**1. Suponga que usted compró bonos del tipo *bullet* con tres vencimientos diferentes: 5, 10 y 30 años, todos con cupones del 10% anual**

- a) Calcule el precio de los bonos suponiendo que la tasa de interés exigida es del 12% anual.
- b) Cuál de los tres bonos se vería más afectado si la tasa de interés aumenta y cuál es el motivo?
- c) Si su horizonte de inversión en bonos fuera de 30 años, ¿cuál de los tres bonos tiene mayor riesgo de reinversión?
- d) ¿Si el cupón de interés hubiera sido del un 5% semestral en vez de un 10% anual, usted esperaría que se venda a un precio mayor o menor que el bono con cupones anuales?

# VALUACIÓN DE BONOS EN EL MUNDO REAL

Cuando compramos un bono, lo usual es que la compra se realice en períodos intermedios:



$d$  = días que faltan para el pago del cupón

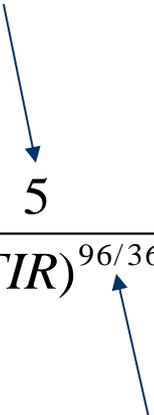
$p$  = cantidad de días que tiene el período de renta o renta y amortización

CF = flujo de fondos del bono

De hecho, **la equidistancia entre flujos no se produce nunca**, ya que los pagos se realizan en fechas calendarías equidistantes.

# VALUACIÓN DE BONOS EN EL MUNDO REAL

El cupón se calcula de acuerdo a las condiciones de emisión...


$$95 = \frac{5}{(1 + TIR)^{96/365}} + \frac{5}{(1 + TIR)^{279/365}} + \frac{5}{(1 + TIR)^{461/365}} + \frac{105}{(1 + TIR)^{644/365}}$$

Pero el factor de descuento tiene en cuenta los días exactos. El valor del tiempo es el valor del tiempo...

# TIR NO PERIÓDICA (FUNCIÓN DE EXCEL)

Para el cálculo de una TIR referida a un período común, podemos utilizar la función TIR no periódica de Excel®

Excel formula bar: `=TIR.NO.PER(D6:D10;B6:B10)`

Cupón no vencido	Días hasta el vencimiento	Cupón
11/03/01		95
15/06/01	96	5
15/12/01	279	5
15/06/02	461	5
15/12/02	644	105

TIR.NO.PER

Valores: D6:D10 = {-95\5\5\105}

Fechas: B6:B10 = {36961\37057\37240}

Estimar: =

= 0,154158586

Devuelve la tasa interna de retorno para un flujo de caja que no es necesariamente periódico.

**Valores** es un flujo de caja, no necesariamente periódico, que corresponde al plan de fechas de pagos.

Resultado de la fórmula = 0,154158586

Aceptar Cancelar

# MODALIDADES DE EMISIÓN

## Respecto de la tasa de interés

- Bonos sin intereses (cupón cero, se venden al descuento y pagan el capital al vencimiento)
- Con tasa de interés fija o flotante
- Con tasa creciente (“step up”)
- Con capitalización de intereses

## Respecto de la amortización del capital

- Con programa de amortización o en un solo pago al vencimiento (*bullet*)
- Con o sin período de gracia

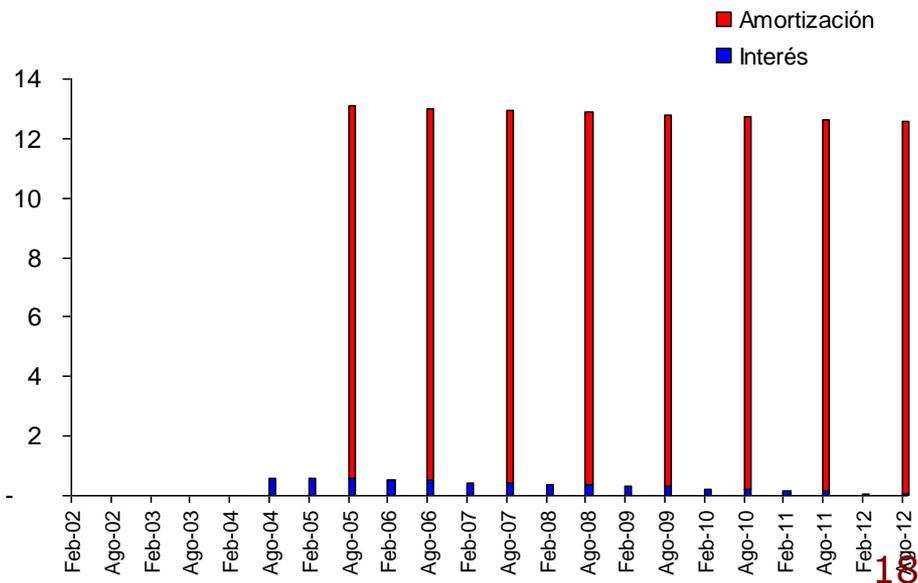
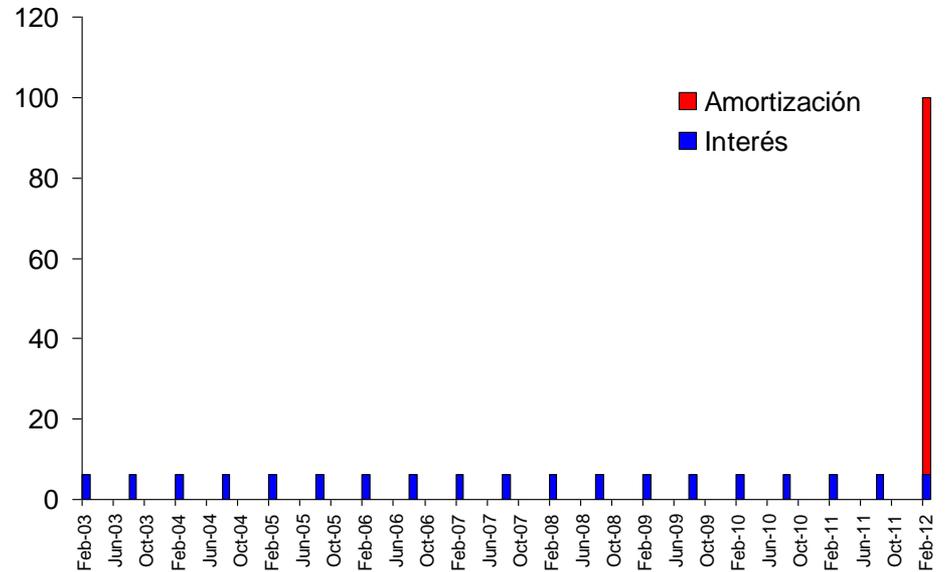
## Otras

- Con o sin garantía (bonos del tesoro, activos reales)
- Con opciones

# AMORTIZACIÓN DEL CAPITAL

- Pago único al vencimiento de la obligación (*bullet*)

- Programa de amortización (pagos periódicos que pueden coincidir o no con los períodos en los cuales se pagan los intereses)



# CATEGORÍAS TÉCNICAS

- ◆ Plazo: cantidad de años en que se devolverá el capital
- ◆ Valor residual = capital adeudado
- ◆ Valor técnico = Valor residual + intereses devengados del cupón corrido
- ◆ Interés corrido = valor residual x tasa de interés x días transcurridos desde el último corte de cupón
- ◆ Paridad técnica = Precio / Valor técnico
- ◆ Monto en circulación = emisión - monto no colocado - amortizaciones - rescates anticipados
- ◆ Precios "clean" (no incluye intereses corridos)
- ◆ Precios "sucios" (incluye los intereses corridos)

# CONVENCIONES PARA EL CÁLCULO DE LOS INTERESES

Los mercados exhiben algunas diferencias en cuanto a la forma de contar los días para el cálculo del cupón de interés.

Debemos prestarle atención ya que define el flujo de caja del bono e influye en el precio...

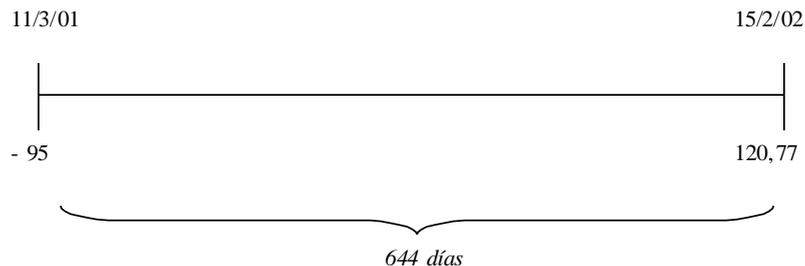
- a) **30/360 (Globales, algunos bonos corporativos)**
- b) **Actual/Actual (generalmente los bonos con tasa flotante)**
- c) Actual/365 (algunos bonos corporativos)
- d) Actual/360 (treasury bills, algunos bonos corporativos)

En general, los bonos a tasa fija adoptan una convención 30/360 y los bonos a tasa variable usan Actual/Actual

# RETORNO TOTAL (TOTAL RETURN)

Fechas	Cupón	Días hasta vto	Tasa de reinversión	Valor capitalizado
15/06/01	5	548	2,5%	5,39
15/12/01	5	365	2,5%	5,26
15/06/02	5	183	2,5%	5,13
15/12/02	105	0	2,5%	105,00
				Total 120,77

- Para calcular la tasa de rentabilidad compuesta obtenida al vencimiento, tenemos que tener en cuenta que la obligación fue comprada el 11/3/2001 por \$95 y que al 15/2/2002 acumularíamos 120,77. El flujo de fondos se vería de la siguiente forma en un eje de tiempo:



- Finalmente, calculamos el rendimiento equivalente anual para el período de tiempo entre la compra de la obligación y el valor acumulado al vencimiento:

$$\left(\frac{121,57}{95}\right)^{365/644} - 1 = 0,1457$$

Como se observa, la rentabilidad compuesta es menor en este caso a la TIR, ya que hemos supuesto la reinversión de los cupones a una tasa inferior. Los resultados inversos habrían sido obtenidos si hubiéramos supuesto la reinversión de los cupones a una tasa superior a la TIR.

# Volatilidad de Bonos (duration y convexity)

Dr. Guillermo L. Dumrauf

Diciembre de 2014

Copyright © 2014 by Dr. Guillermo L. Dumrauf

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means — electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise — without the permission of Dr. Dumrauf.  
This document provides an outline of a presentation and is incomplete without the accompanying oral commentary and discussion.

# VOLATILIDAD

El precio de los bonos libres de opciones varía inversamente a los cambios en la tasa de interés...

Por volatilidad entendemos la variación que sufre el precio del bono en el mercado...

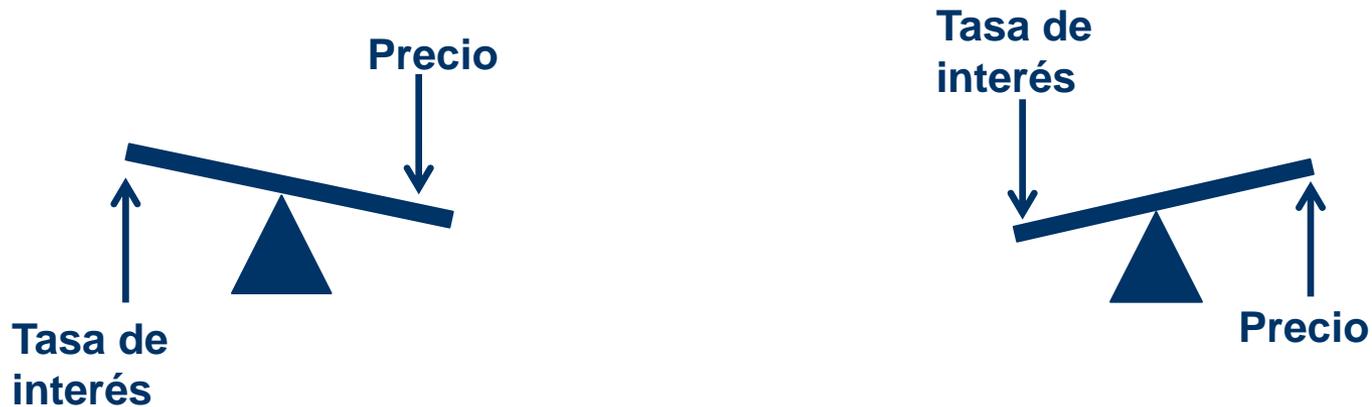
**¿Cuán sensible es el precio de un bono al cambio de la tasa de interés?**

## LA VOLATILIDAD DEL PRECIO DEL BONO ES...

- **Mayor** cuanto *mayor* es el plazo de vencimiento
- **Mayor** cuanto *menor* sea el tamaño del cupón
- **Mayor** cuanto *menor* sea la frecuencia del pago de los cupones

# LA FUNCIÓN PRECIO-TASA DE INTERÉS

Si la tasa de interés exigida a los bonos aumenta, el precio disminuye (y viceversa). A esta situación se la denomina “*riesgo precio-tasa*” del bono.



¿Cuán sensible es el precio de los bonos a las variaciones de la tasa de interés?

**Respuesta:** ver el coeficiente de *duration* modificada...

# PLAZO DE VENCIMIENTO

Observe la variación de precio para tres bonos bullet con diferentes plazos de vencimiento

<b>TIR requerida</b>	<b>Precio del Bono</b>		
	<b>1 año</b>	<b>10 años</b>	<b>25 años</b>
<b>10%</b>	\$ 100,00	\$ 100,00	\$ 100,00
<b>11%</b>	\$ 99,10	\$ 94,11	\$ 91,58
<b>Variación precio</b>	<b>-0,90%</b>	<b>-5,89%</b>	<b>-8,42%</b>

# TAMAÑO DEL CUPÓN DE INTERÉS

Ejemplo para un bono cupón cero

TIR requerida	Precio del Bono		
	1 año	10 años	25 años
10%	\$ 90.9	\$ 38,55	\$ 9,23
11%	\$ 90,09	\$ 35,22	\$ 7,36
Variación precio	-0,99%	-8,64%	-20,25%

# FRECUENCIA DEL PAGO DEL CUPÓN DE INTERÉS

Ejemplo para bonos bullet, vencimiento = 10 años

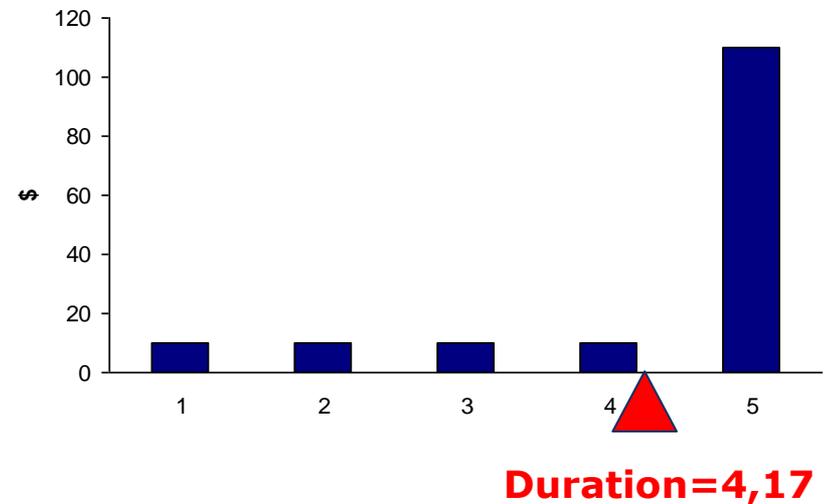
TIR requerida	Precio del Bono	
	10% anual	5% semestral
10%	\$ 100	\$ 100
11%	\$ 94,1	\$ 95,7
<b>Variación precio</b>	<b>-5,89%</b>	<b>-4,31%</b>

# LA DURATION DEL BONO: EXPLICACIÓN INTUITIVA

*La duration es el centro de gravedad del bono...*

La duration aumenta (y viceversa) si:

1. Es mayor plazo de vencimiento
2. Es menor tamaño de los cupones
3. Es menor la frecuencia con que se paga el cupón
4. Disminuye la tasa de interés



# LA DURATION DEL BONO: ¿CUÁL ES EL PONDERADOR?

Porcentaje que representa el valor presente de cada cash flow, del precio del bono

$$D = \frac{9,09}{100} \times 1 + \frac{8,26}{100} \times 2 + \frac{7,51}{100} \times 3 + \frac{6,83}{100} \times 4 + \frac{68,30}{100} \times 5 = 4,17$$

- La duration de Macaulay representa una medida de la vida media ponderada del bono
- Cada flujo es ponderado por el porcentaje que representa el valor presente del cupón con respecto al precio del bono
- Finalmente, el valor presente de cada flujo se multiplica por el momento en que se cobra

# LA DURATION DEL BONO: FÓRMULA ABREVIADA

La expresión matemática de la duration de un bono es(\*)

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{t C_t}{(1 + TIR)^t}}{P}$$

C = Flujo de caja

t = momento en que se cobra el flujo de caja

P = precio de mercado del bono

(\*) La duration está relacionada con la derivada primera del precio del bono con respecto a un cambio en la TIR exigida, que resulta en una función decreciente (el signo de la primera derivada es negativo)

# FACTORES QUE AFECTAN LA DURATION

La duration está estrechamente ligada al componente tiempo del bono, siendo los factores que la influyen:

- El plazo de vencimiento
- La tasa de interés
- El tamaño del cupón
- La frecuencia en el pago del cupón
- La TIR
- El monto de los intereses corridos

# DERIVACIÓN DEL COEFICIENTE DE DURATION MODIFICADA

El concepto de *duration modificada* se relaciona con la primera derivada del precio del bono...

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_j}{(1+TIR)^t} = C_1(1+TIR)^{-1} + C_2(1+TIR)^{-2} + \dots + C_n(1+TIR)^{-n}$$

Si derivamos el precio del bono con respecto al cambio en la TIR, tenemos

$$\frac{dP}{dTIR} = -\frac{C_1}{(1+TIR)^2} + (-2)\frac{C_2}{(1+TIR)^3} + \dots + (-n)\frac{C_n}{(1+TIR)^{n+1}}$$

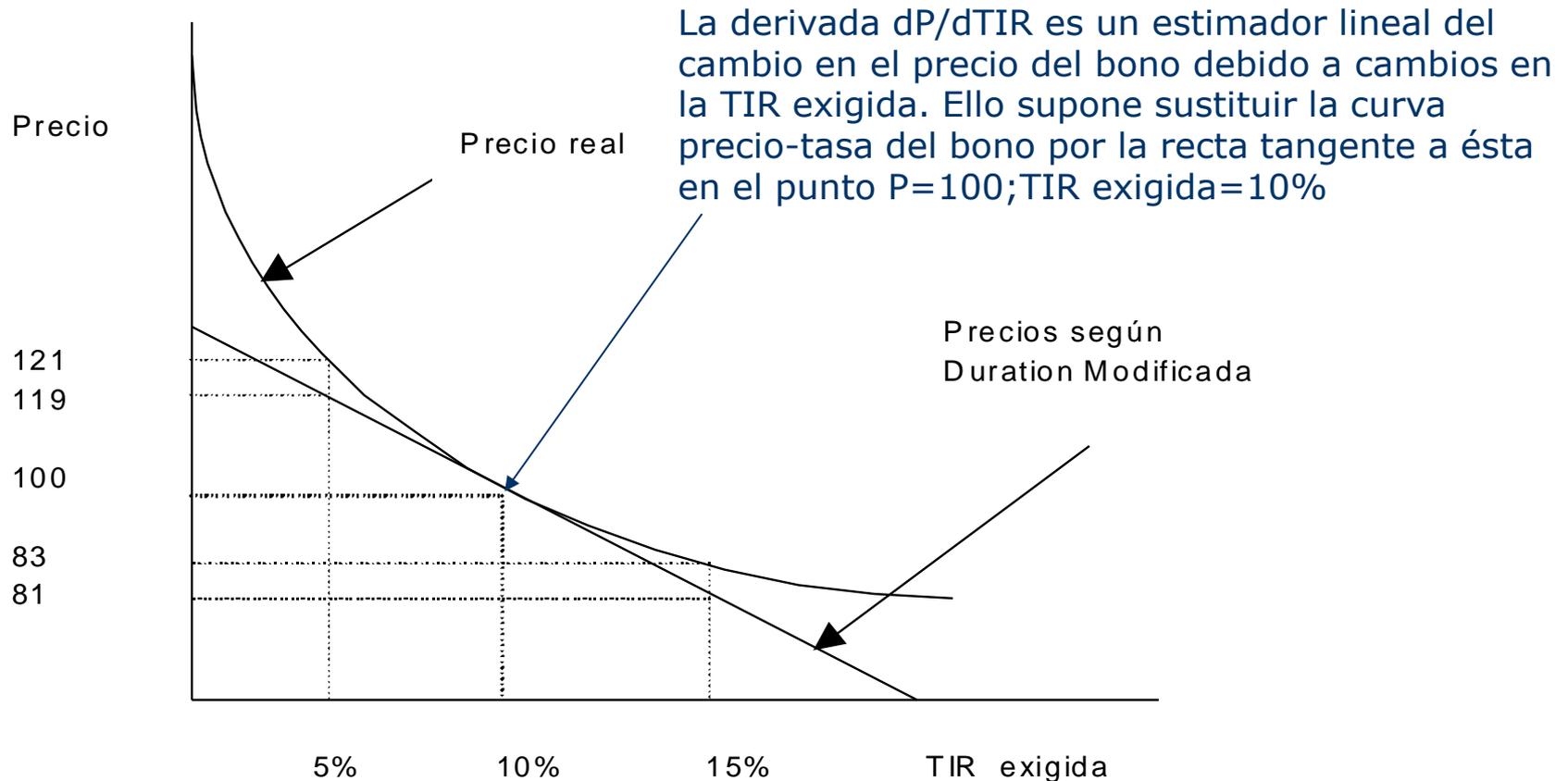
Sacando factor común  $1/(1+TIR)$  en el segundo miembro y multiplicando ambos términos por  $1/P$  tenemos

$$\frac{dP}{dTIR} \times \frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+TIR)} \times \frac{\frac{1C_1}{(1+TIR)^1} + \frac{2C_2}{(1+TIR)^2} + \dots + \frac{nC_n}{(1+TIR)^n}}{P}$$

$$\frac{dP}{dTIR} \times \frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+TIR)} \times \text{Duration}$$

$$\frac{dP}{dTIR} = -\frac{\text{Duration}}{(1+TIR)} P = -\text{Duration Modificada} \times P$$

# LIMITACIONES DE LA DURATION MODIFICADA



**La recta tangente representa los distintos precios que corresponden a distintas TIR según la Duration Modificada; la curva convexa representa los precios reales para esas TIR**

- Para una reducción de la TIR exigida del 10 al 5%, el precio según Duration Modificada es 119, mientras que el precio real es de 121
- Para un aumento de la TIR exigida del 10 al 15%, el precio según Duration Modificada es de 81, mientras que el precio real es de 83

# CONVEXITY

Para calcular la *convexity* utilizamos la siguiente fórmula:

$$Cv = \frac{\sum_{t=1}^n t(t+1) \frac{CF}{(1+TIR)^t}}{P} \times \frac{1}{(1+TIR)^2}$$

Donde  $CF$  representa el flujo de fondos del bono,  $t$  el período de tiempo de cada cupón, y  $f$  la frecuencia con que se pagan los mismo.

La *convexity* está relacionada con la derivada segunda del precio del bono con respecto a la TIR exigida

# DERIVACIÓN DEL COEFICIENTE DE CONVEXITY

## Por qué la fórmula aparece dividida por 2 (dos)?

La función precio del bono  $P(TIR)$  puede expresarse como una serie de Taylor. Si conocemos el precio del bono para una TIR determinada ( $TIR_0$ ), el precio  $P$  para otra TIR ( $TIR_1$ ), puede calcularse el precio de las sucesivas derivadas:

$$P = P_0 + \frac{1}{1!} \frac{dP}{dTIR} (TIR_1 - TIR_0) + \frac{1}{2!} \frac{d^2P}{dTIR^2} (TIR_2 - TIR_1)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{d^n P}{dTIR^n} (TIR_n - TIR_{n-1})^n + \dots$$

Si la diferencia  $TIR - TIR_0$  es pequeña, pueden despreciarse todos los términos posteriores a la segunda derivada sin cometer un error significativo:

$$P = P_0 + \frac{1}{1!} \frac{dP}{dTIR} (TIR_1 - TIR_0) + \frac{1}{2!} \frac{d^2P}{dTIR^2} (TIR_2 - TIR_1)^2$$

Para valores muy pequeños de  $TIR - TIR_0$  el segundo sumando es despreciable y queda:

$$P = P_0 + \frac{1}{1!} \frac{dP}{dTIR} (TIR - TIR_0)$$

El segundo sumando es la expresión de la Duration Modificada (que es la primera derivada y aproxima bien el cambio en el precio del bono para variaciones pequeñas en la TIR exigida)

# CONVEXITY

Período	Cash Flow	PV CF / Precio	t (t+1)	(PV CF / Precio) t (t+1)
1	10	9,09%	2	0,18
2	10	8,26%	6	0,50
3	10	7,51%	12	0,90
4	10	6,83%	20	1,37
5	110	68,30%	30	20,49
			Total	23,44

$$\text{Convexity} = 23,44 / (2 \times (1 + \text{TIR})^2) \rightarrow 9,68$$

Suponiendo que la TIR requerida aumenta del 10 al 13%, sumando las variaciones de la Duration Modificada y la Convexity, podemos determinar con gran exactitud el cambio porcentual en el precio del bono:

<b>Δ % en el precio s/ Duration Modificada:</b>	<b>- 11,4 %</b>
<b>Δ % en el precio s/Convexity (0,03)<sup>2</sup> x 9,6837:</b>	<b>+ <u>0,87 %</u></b>
<b>Total</b>	<b>-10,6 %</b>

# ESTIMACIÓN MÁS EXACTA DEL CAMBIO DEL PRECIO DE UN BONO

$$\Delta \% \text{ Precio} = - \text{Duration Modif.} \times \Delta \text{TIR} + \text{Convexity} \times (\Delta \text{TIR})^2$$

# Inmunización

Dr. Guillermo L. Dumrauf

Diciembre de 2014

Copyright © 2014 by Dr. Guillermo L. Dumrauf

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means — electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise — without the permission of Dr. Dumrauf.  
This document provides an outline of a presentation and is incomplete without the accompanying oral commentary and discussion.

# EL RIESGO DE TASA DE INTERÉS

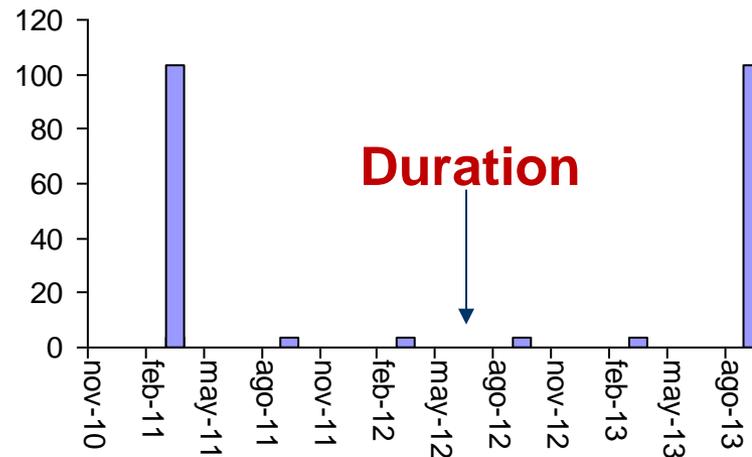
Si la tasa de interés sube el precio del bono baja; si la tasa de interés disminuye el precio del bono disminuye.

Suponiendo que una entidad quisiera aislar el valor de un portafolio de bonos de los cambios en la tasa de interés. ¿Existe alguna forma de hacer tal cosa?

**La respuesta es: inmunización...**

# INMUNIZACIÓN: LA IDEA BÁSICA

En la fecha de la duration, dos fuerzas juegan en *sentido contrario*:



*El valor futuro del flujo de caja anterior a la duration, es una suma de montos capitalizados a la tasa de mercado*

*El valor presente del flujo de caja posterior a la duration, es igual al precio de venta del portafolio*

**Valor Portafolio en Duration**

# INMUNIZACIÓN: LA IDEA BÁSICA

*Si los cambios en la curva de rendimientos son paralelos:*

Valor portafolio en Duration= FV + PV

Si se pretendiera mantener un bono o portafolio de bonos con el objetivo de asegurar el pago de una obligación, ***la condición necesaria es que la duration del portafolio y la duration de la obligación sean iguales***”

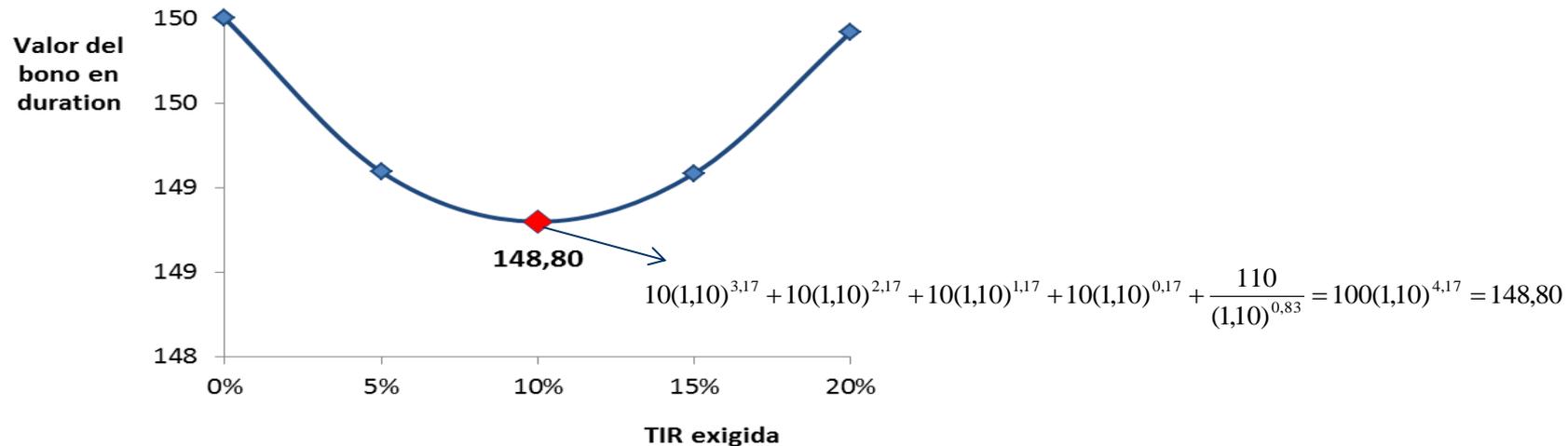
## VALOR DEL BONO EN LA DURATION

Si se reinvierten todos los cupones anteriores a la fecha de la duration hasta ese momento y a la vez se descuenta los cupones subsiguientes, el resultado es el mismo que hubiéramos invertido el dinero a la TIR exigida en un depósito a plazo...

$$10(1,10)^{3,17} + 10(1,10)^{2,17} + 10(1,10)^{1,17} + 10(1,10)^{0,17} + \frac{110}{(1,10)^{0,83}} = 100(1,10)^{4,17} = 148,80$$

# INMUNIZACIÓN CLÁSICA: VALOR MÍNIMO

En teoría, para cualquier cambio en la tasa de interés, el valor de un bono alcanzaría un *valor mínimo para cualquier cambio en las tasas de interés...*



El *valor objetivo del portafolio representa el límite inferior en la fecha del horizonte de inversión siempre que los cambios en las tasas de interés son paralelos a lo largo de la curva de rendimientos*. El hallazgo de dicha propiedad puede ser atribuida a Fisher y Weil (1971).

Si los flujos de caja anteriores a la fecha de la duración (4,17) son reinvertidos hasta la duración y los flujos de caja posteriores a la fecha de la duración fueran descontados a esa fecha, siempre usando una tasa del 10%, el menor valor que cobraría el tenedor del bono en la fecha de la duración sería de \$148,80. Este valor es igual a la suma del valor futuro de los flujos de caja anteriores a la duración y el valor presente de los flujos de caja posteriores a la duración.

## INMUNIZACIÓN CLÁSICA: VALOR MÍNIMO

- ◆ El valor de un portafolio de bonos **depende de la estructura de tasas en el tiempo**, incluyendo el momento en que el portafolio es liquidado.
- ◆ **Si el portafolio tiene el mismo retorno en una fecha especificada**, no importa como cambien las tasas de interés, y por lo tanto se dice que está *inmunizado...*
- ◆ Las estrategias de inmunización están íntimamente relacionadas con el concepto de duration y también, aunque en menor medida, con el de convexity
- ◆ Podemos inmunizar una obligación con otro bono, o con un portafolio de bonos

# INMUNIZACIÓN CLÁSICA: VALOR MÍNIMO

Una compañía debe pagar una obligación por \$N dentro de n períodos. Su valor presente es

$$P = \frac{N}{(1+k)^n}$$

Si la obligación es cubierta por un bono mantenido por la cía cuyo valor es igual al valor presente del flujo de caja futuro

$$B = \sum_{t=1}^n \frac{C_j}{(1+k)^t}$$

Ahora supongamos que la tasa k cambia a  $k+\Delta k$ . Realizando la derivada primera, el valor presente de la obligación es

$$P + \Delta P = P + \frac{dP}{dk} \Delta k = P + \Delta k \left[ \frac{-nN}{(1+k)^{n+1}} \right]$$

Y el nuevo valor del bono es

$$B + \Delta B \approx B + \frac{dB}{dk} \Delta k = B + \Delta k \sum_{t=1}^n \frac{-tC_j}{(1+k)^{t+1}}$$

# INMUNIZACIÓN CLÁSICA: VALOR MÍNIMO

Si las dos expresiones son iguales, un cambio en k no afectará la cobertura

$$B + \Delta k \sum_{t=1}^n \frac{-tC_j}{(1+k)^{t+1}} = P + \Delta k \left[ \frac{-nN}{(1+k)^{n+1}} \right]$$

Como  $B = P = \frac{N}{(1+k)^n}$

**"n" es la duration**

Podemos simplificar para obtener

$$\frac{1}{B} \sum_{t=1}^n \frac{tC_j}{(1+k)^t} = n$$


Dividimos ambos miembros por B y se despeja  $\Delta k$ . Luego también se despeja  $N/(1+k)^n$  y me queda del lado derecho  $-n/(1+k)$  Se cancelan los signos menos y  $1/(1+k)^{t+1} \times (1+k)$  se simplifican para quedar  $1/(1+k)^t$

# INMUNIZACIÓN CLÁSICA: VALOR MÍNIMO

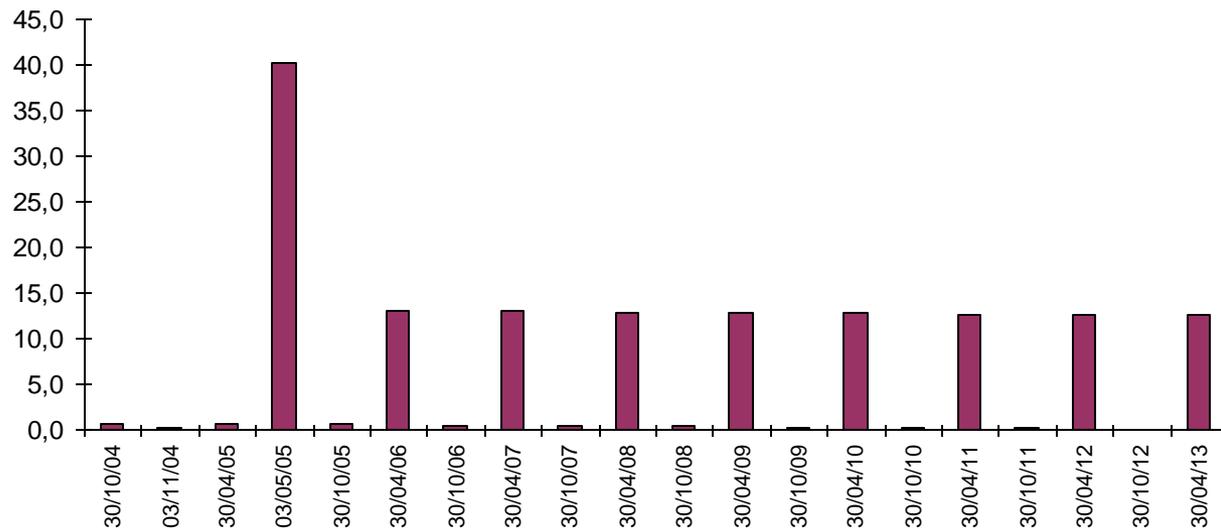
Si la curva de rendimientos se traslada en forma paralela, entonces la siguiente afirmación es cierta:

***“la condición para que el precio de un activo sea igual al valor futuro de una obligación  $N$  para cualquier cambio en la tasa de interés es que la duration del activo y de la obligación sean iguales”***

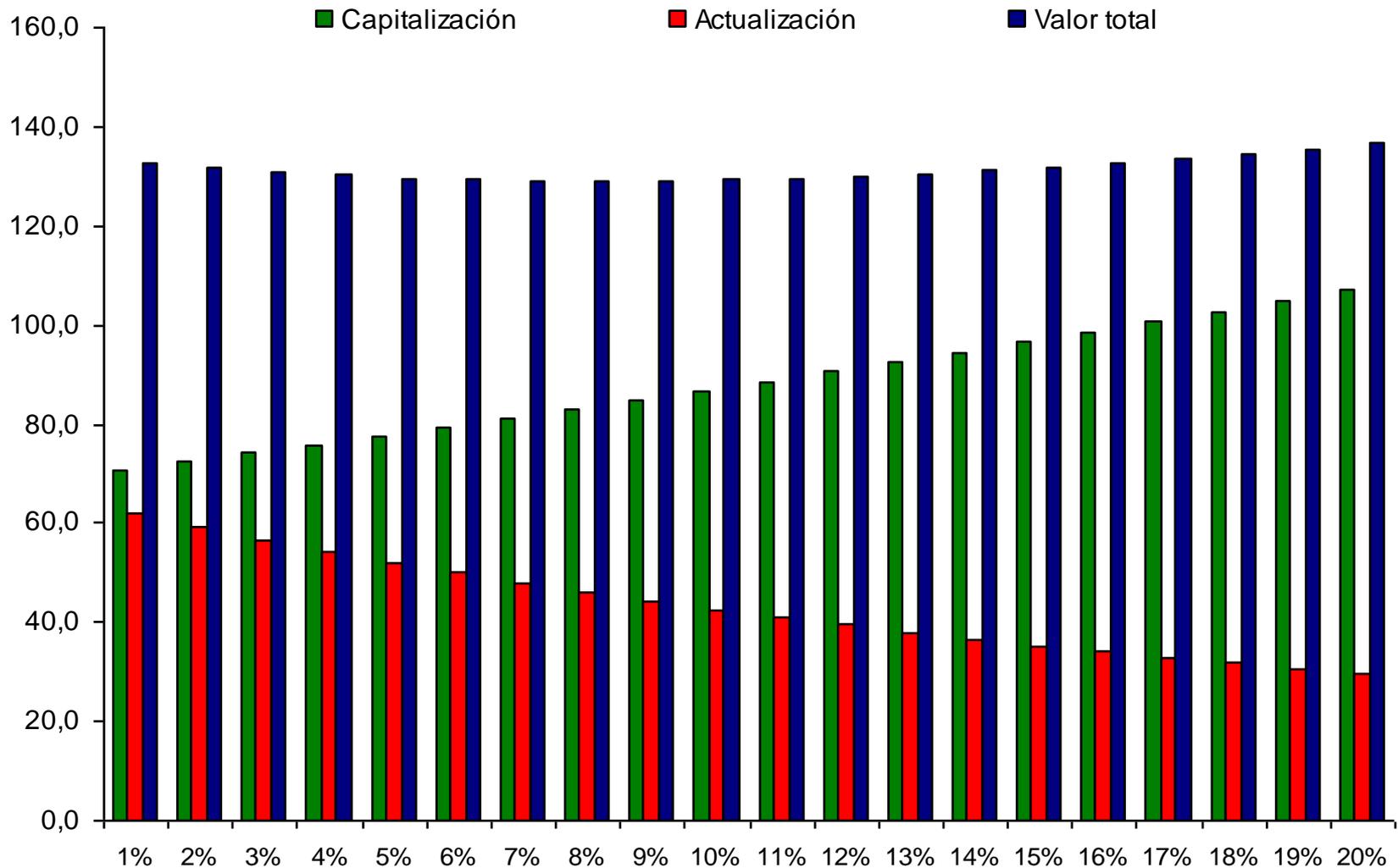
(“igual” en este caso nos remite a la primera derivada)

La inmunización descrita aplica para la aproximación de primer orden. A continuación veremos algunos ejemplos...

# EJEMPLO REAL: FLUJO DE CAJA DEL PORTAFOLIO



# VALOR DEL PORTAFOLIO EN LA FECHA DE LA DURATION



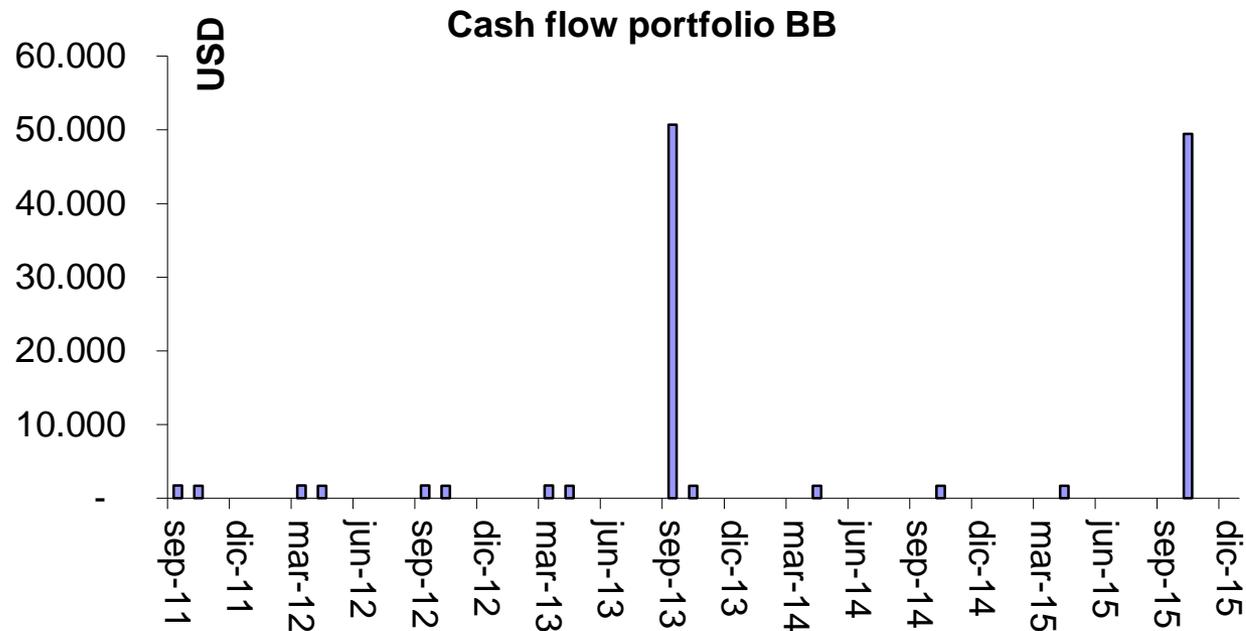
## DURATION DE UN PORTAFOLIO DE BONOS

La duration de un portafolio es igual al **promedio ponderado de las duration de los activos incluidos en el portafolio.**

Podemos alcanzar una determinada duration invirtiendo los porcentajes adecuados en dos bonos A y B de la siguiente forma:

$$\text{Duration portafolio} = xD_{\text{Bono A}} + (1-x)D_{\text{bono B}}$$

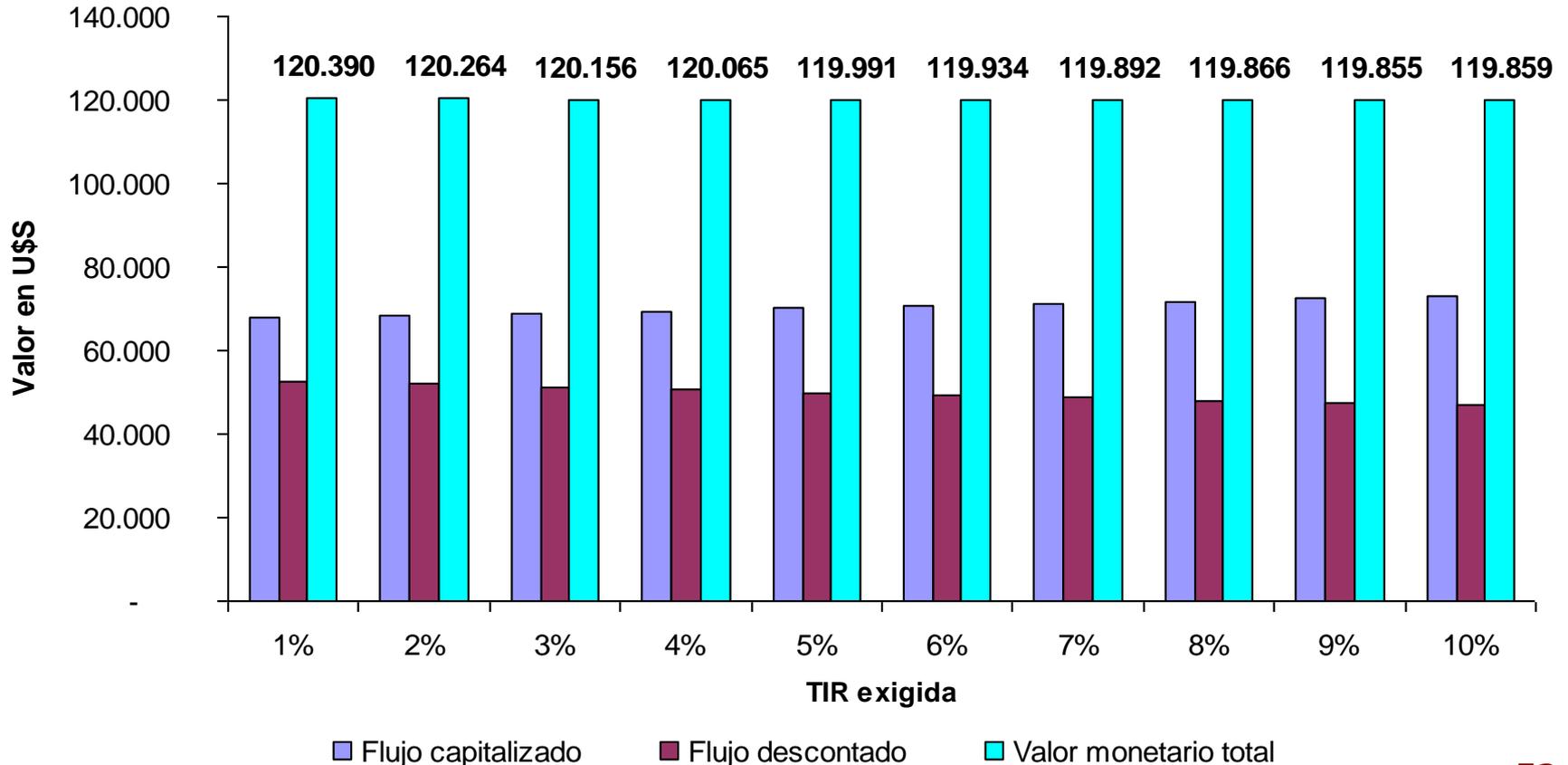
# PORTAFOLIO "BB": BULLETS CON DISTINTOS VENCIMIENTOS



	I	J	K	L	M	N
1						
2		<b>Duration</b>	<b>Convexity</b>	<b>Inversión</b>	<b>Porcentaje</b>	
3	Bullet 1	2,22	3,38	52.507	52,5%	
4	Bullet 2	3,87	7,87	47.493	47,5%	--> +(1-M3)
5	Portfolio BB	3,00	5,52	100.000	100%	
6						
7	Fecha de compra	29/04/2011				
8	Fecha duration	28-abr-14 --> +J7+J5*365				

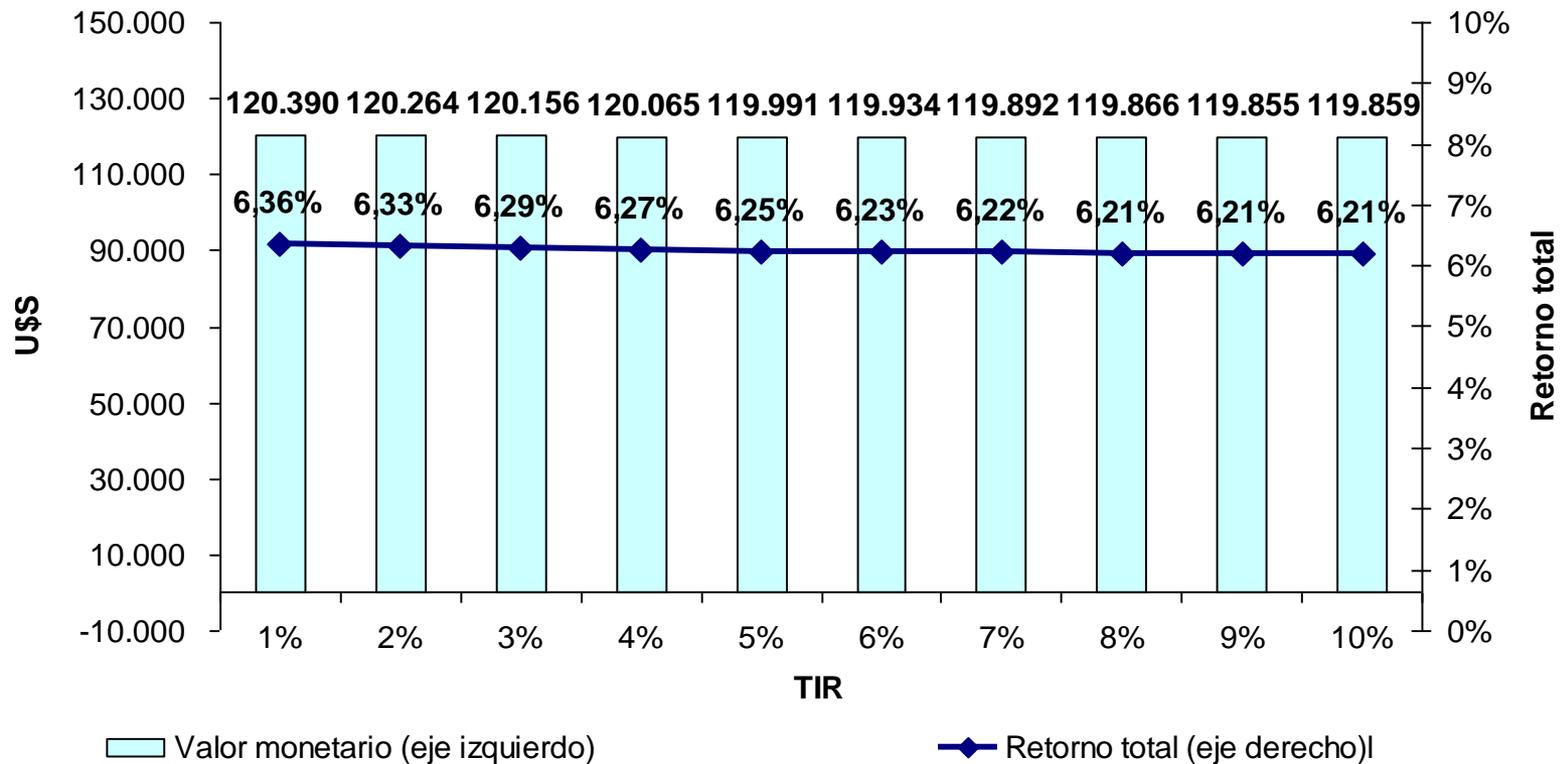
# PORTAFOLIO "BB": BULLETS CON DISTINTOS VENCIMIENTOS

- Si la tasa de interés aumenta: aumenta FV y disminuye el PV
- Si la tasa de interés disminuye: disminuye FV y aumenta el PV



# PORTAFOLIO "BB": BULLETS CON DISTINTOS VENCIMIENTOS

Para cualquier tasa de interés de mercado, el portafolio tendrá un rendimiento más estable que invertir directamente en un solo bono...

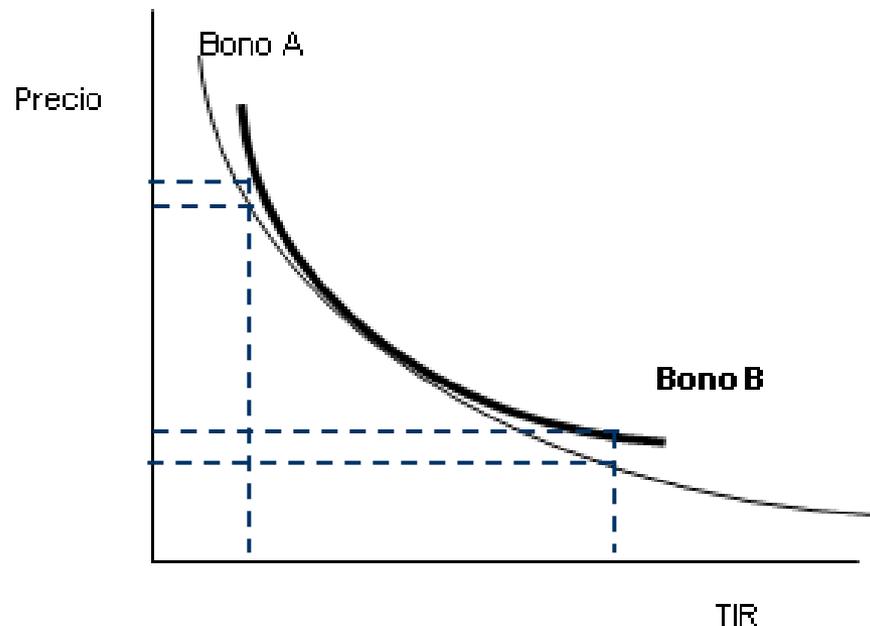


# CONCLUSIONES

- Es útil pensar en la duration como el centro de gravedad del flujo de caja del bono
- Es posible inmunizar el rendimiento de un portafolio si la curva de rendimientos sufre cambios paralelos. A esta situación se la conoce como inmunización clásica y puede ser atribuido a Fisher y Weil (1971)
- Si la curva de rendimientos cambia en forma arbitraria, no es posible inmunizar totalmente el rendimiento, pero se puede calcular el riesgo mínimo de inmunización (Fong y Vasicek, 1984)

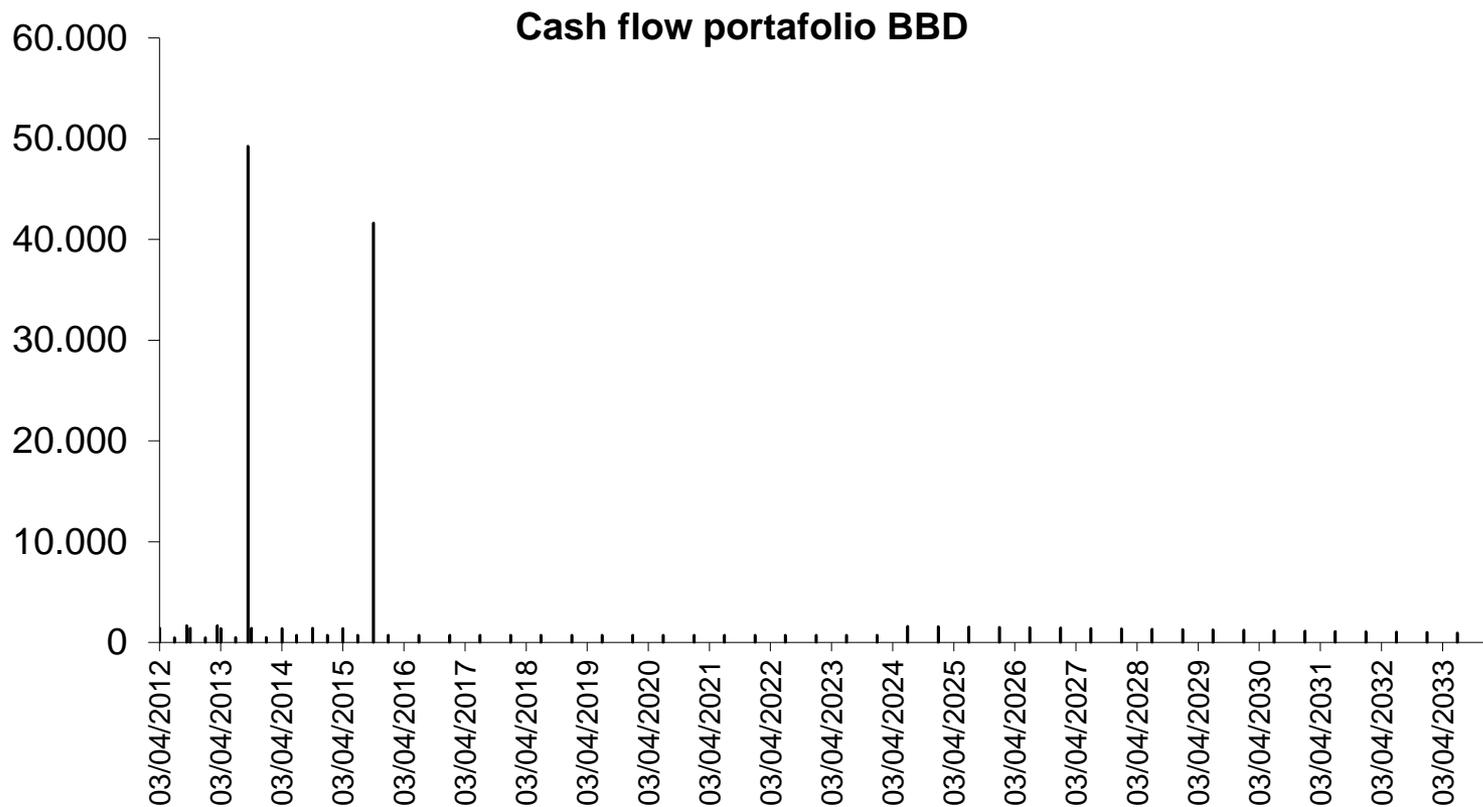
# INMUNIZACIÓN: CÓMO AYUDA LA CONVEXIDAD

- Debido a la forma convexa de la curva Precio-TIR, puede conseguirse una mejor inmunización con un portafolio que tenga mayor *convexity*...
- Para cualquier variación en la tasa de interés, el bono B, que tiene mayor convexidad, siempre tendría un precio mayor...



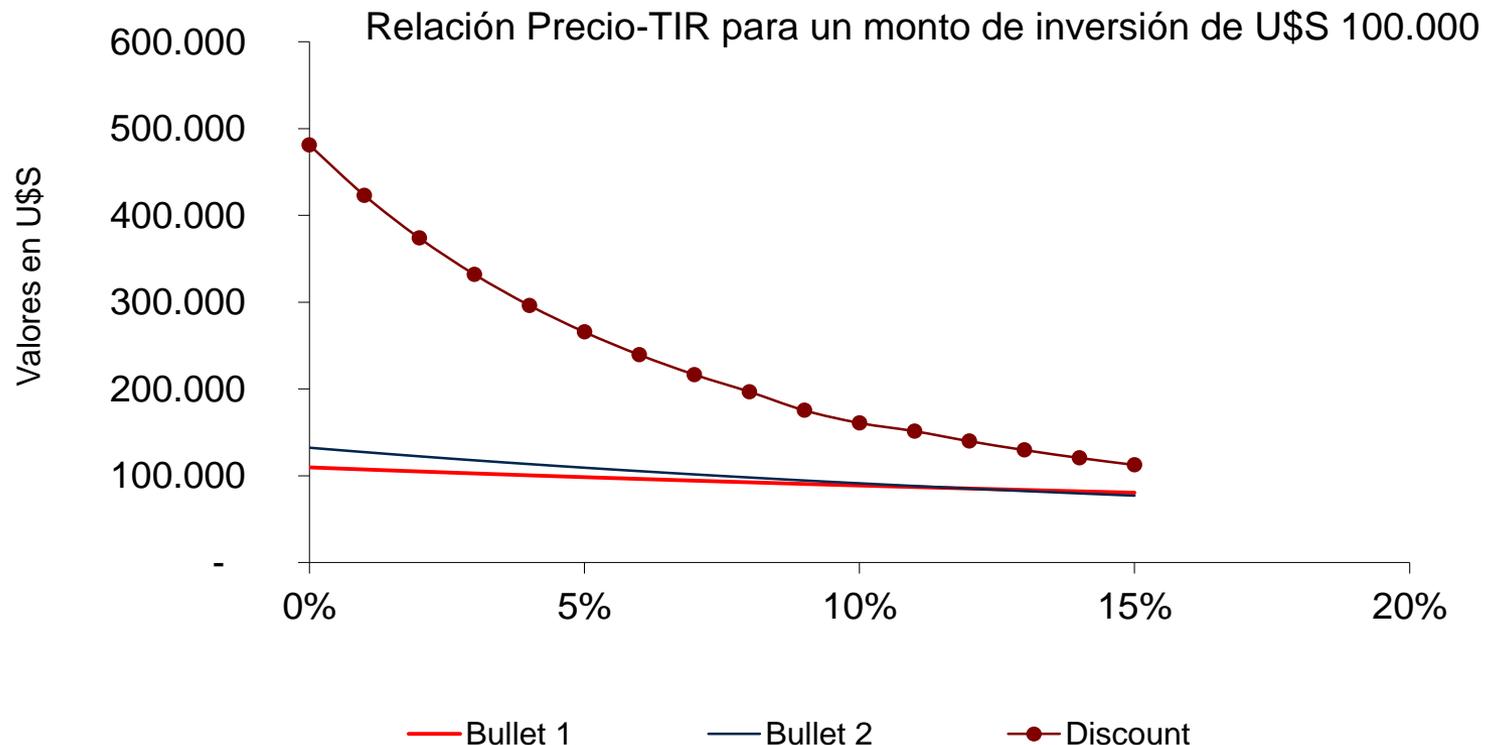
# INMUNIZACIÓN: CÓMO AYUDA LA CONVEXIDAD

Para buscar mayor convexidad, incorporamos un tercer bono al portafolio, un bono Discount, de largo plazo...



# INMUNIZACIÓN: CÓMO AYUDA LA CONVEXIDAD

- El Discount cotiza con un fuerte descuento, y tiene mayor convexidad que los dos bonos bullet del portafolio BB.
- La idea es que al incluir una porción en el portafolio, aumente la convexity pero manteniendo la duration...



# INMUNIZACIÓN: CÓMO AYUDA LA CONVEXIDAD

Agregamos a nuestro portafolio BB el Discount para diseñar un portafolio “BBD”

Especie	Duration	Convexity	Inversión	%
Bullet 1	2,22	3,38	65.000	65%
Bullet 2	3,87	7,87	31.000	31%
Discount	9,22	54,21	<u>4.000</u>	<u>4%</u>
<b>Portafolio BBD</b>	<b>3,01</b>	<b>6,81</b>	100.000	100%

Tasas	BBD	BB	BBD-BB
5%	121.069,9	119.991,05	1.078,8
6%	120.733,5	119.933,58	800,0
7%	120.477,8	119.892,09	585,7
8%	120.292,7	119.866,17	426,5
9%	120.169,7	119.855,38	314,3
10%	120.101,5	119.859,33	242,2
11%	120.082,1	119.877,63	204,4
12%	120.106,0	119.909,93	196,0
13%	120.168,7	119.955,87	212,8
14%	120.266,4	120.015,10	251,3
15%	120.395,5	120.087,31	308,2

El valor del portafolio BBD siempre supera al BB en la fecha de la duration...

# Curva de rendimientos (yield curve)

Dr. Guillermo L. Dumrauf

Diciembre de 2014

Copyright © 2014 by Dr. Guillermo L. Dumrauf

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means — electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise — without the permission of Dr. Dumrauf.  
This document provides an outline of a presentation and is incomplete without the accompanying oral commentary and discussion.

# CURVA CUPÓN CERO

- ◆ Hasta ahora, cada vez que valuábamos un bono lo hacíamos descontando sus flujos de caja con una única tasa, que era su TIR. Suponíamos que esa tasa contemplaba un premio apropiado por el riesgo (*duration*, liquidez, calificación crediticia).
- ◆ Para valorar correctamente un bono, cada flujo de caja debe ser descontado a la tasa de interés apropiada para cada período, como si cada *cash flow* fuera un bono cupón cero.
- ◆ Como veremos, si el precio del bono fuera distinto al valor presente de todos los componentes cupón cero, se generaría un arbitraje provechoso, que consistiría en separar los cupones y venderlos por separado.

# CURVA CUPÓN CERO

- La Tesorería Americana emite bonos cupón cero como las letras de tesorería (*T-bills*), cuyas emisiones llegan a un plazo máximo de un año. Sin embargo, existen otros bonos cupón cero con vencimiento mayor a un año.
- En realidad, los bancos de inversión fueron los pioneros en crear los bonos cupón cero conocidos en la jerga como *trademarks securities* y unos años después, la propia Tesorería americana creó el programa STRIPS, que son bonos cupón cero que tienen como garantía bonos y *notes* emitidos por ésta.
- Los U.S. zero-coupon STRIPS permiten invertir en cupones de interés y el principal de las *notes* y los *T-bonds* como si fueran títulos separados.. Normalmente, los *dealers* del Gobierno compran una buena cantidad de bonos del tesoro para crear los STRIPS, que pueden ser diseñados para llenar los requerimientos de un amplio rango de objetivos de portafolio.

# TASA CONTADO O SPOT

Suponga que usted puede comprar hoy un bono cupón cero (una *T-bill* del tesoro de EE. UU.) por \$98,04, con vencimiento dentro de un semestre. Cuando se produzca el rescate por el valor nominal, usted cobrará \$100; su rendimiento viene dado por la siguiente ecuación:

$$98,04 = \frac{100}{(1 + i_1)}$$

Tasa *spot* del primer semestre:  $i_1 = 2\%$

En EE. UU., las tasas *spot* suelen cotizar en términos anuales; para ello, se multiplica por 2 (dos) la tasa semestral:

Tasa *spot* del primer semestre anualizada:  $2\% \times 2 = 4\%$

# TASA CONTADO O SPOT

Supongamos que usted también puede comprar un bono cupón cero con vencimiento en un año por \$95,88, lo cual significa que su “tasa *spot* del segundo semestre” es del 2,125%, que es nuevamente la tasa que iguala el valor presente del valor nominal con el precio:

$$95,88 = \frac{100}{(1+i_2)^2}$$

Tasa *spot* del segundo semestre:  $i_2 = 2,125\%$

Tasa *spot* de un año:  $2,125\% \times 2 = 4,25\%$

# TASA FUTURA O FORWARD

A partir de las tasas *spot* o contado para diferentes plazos, podemos extraer la tasa que los participantes del mercado esperan que rija en el futuro. Usted, como inversor tiene dos alternativas:

- a) Invertir en un bono cupón cero con vencimiento a un año.
- b) Invertir en un bono cupón cero con vencimiento en un semestre, y luego renovar la inversión comprando otro bono cupón cero por otro semestre.

En la alternativa a), el rendimiento es conocido con certeza; el bono cupón cero se adquiere por \$95,88 y al vencimiento se recibe el valor nominal por \$100. El monto al cabo de un año es:

$$(1 + i_2)^2 = (1 + 0,02125)^2 = 1,043$$

# TASA FUTURA O FORWARD

En la alternativa b), el dinero sería invertido por un semestre y luego sería reinvertido por otro semestre, a la tasa que rija en el segundo semestre, que llamaremos  $f$ . El monto al cabo de un año sería:

$$(1 + i_1)(1 + f) = (1 + 0,02)(1 + f)$$

El inversor sería indiferente entre las dos alternativas si el monto al cabo de un año fuera el mismo. Por lo tanto, existe una tasa implícita en el segundo semestre, que es aquella que hará que las dos inversiones tengan el mismo rendimiento:

$$(1 + i_1)(1 + f) = (1 + i_2)^2$$

$$f = \frac{(1 + i_2)^2}{(1 + i_1)} - 1 = \frac{(1 + 0,02125)^2}{(1 + 0,02)} - 1 = 2,25\%$$

La tasa anual futura sería 4,5% (2,25% x 2). A esta tasa se la conoce como tasa *forward* y, en realidad, constituye la “tasa de consenso de mercado”. De otro modo, habría posibilidad de arbitraje.

# METODOLOGÍA BOOTSTRAPPING

Cómo no existen bonos cupón cero para plazos mayores a un año, debemos utilizar bonos con cupón para seguir despejando las tasas spot. Para ello, igualamos el precio de un *bullet* con su flujo de caja descontado por las tasas contado para los primeros dos semestres, de tal manera que solo debemos resolver la incógnita para la tasa contado del tercer semestre.

Suponga que tenemos un *bullet* con un cupón del 5% anual con vencimiento en un año y medio (tres semestres) que cotiza a la par:

$$100 = \frac{2,5}{(1,02)} + \frac{2,5}{(1,02125)^2} + \frac{102,5}{(1 + i_3)^3}$$

$$95,15 = \frac{102,5}{(1 + i_3)^3}$$

Despejando, la tasa contado del tercer semestre,  $i_3 = 2,51\%$ .

# CURVA TEÓRICA CUPÓN CERO

Cómo no se tienen bonos con cupones para todos los plazos, debe seguirse un procedimiento de interpolación para estimarlos. Por ejemplo, supongamos que se tienen cupones para bonos de 1,5 y 3 años, pero no para bonos con vencimiento en 2,5 años. En el próximo slide se muestra la estimación del cupón.

	A	B	C	D	E	F
1						
2	<b>Semestre</b>	<b>Años</b>	<b>Tasa cupón</b>	<b>Tasa spot teórica</b>		
3	1	0,5		4,00%		
4	2	1		4,25%		
5	3	1,5	4,50%	4,51%	0,00	
6	4	2	4,75%	4,77%	0,00	
7	5	2,5	5,00%	5,03%	0,00	
8	6	3	5,25%	5,29%	0,00	
9	7	3,5	5,50%	5,56%	0,00	
10	8	4	5,60%	5,66%	0,00	
11	9	4,5	5,80%	5,88%	0,00	
12	10	5	6,00%	6,11%	0,00	
13						
14	$=100 - \left( \frac{C5/2 \cdot 100}{(1 + \$D\$3/2)} + \frac{C5/2 \cdot 100}{(1 + \$D\$4/2)^2} + \frac{100 + (C5/2 \cdot 100)}{(1 + \$D\$5/2)^3} \right)$					
15						

# INTERPOLACIÓN DE CUPONES

Como la TIR de vencimiento más largo es la del semestre 6 (5,25%) y la de vencimiento más corto es la del semestre 4 (4,75%), para determinar la tasa cupón del semestre 5, calculamos el *spread* y luego se lo sumamos a la tasa cupón del semestre anterior:

$$\frac{\text{TIR vto más largo} - \text{TIR vto más corto}}{\text{Número de semestres entre las dos TIR}}$$

$$\frac{5,25\% - 4,75\%}{2} = 0,25\%$$

$$4,75\% + 0,25\% = 5\%$$

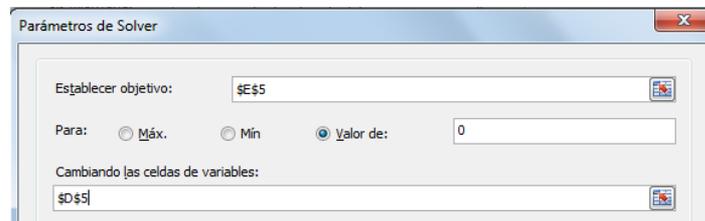
# OBTENCIÓN DE LAS TASAS SPOT CON SOLVER

	A	B	C	D	E	F
1						
2	Semestre	Años	Tasa cupón	Tasa spot teórica		
3	1	0,5		4,00%		
4	2	1		4,25%		
5	3	1,5	4,50%	4,51%	0,00	
6	4	2	4,75%	4,77%	0,00	
7	5	2,5	5,00%	5,03%	0,00	
8	6	3	5,25%	5,29%	0,00	
9	7	3,5	5,50%	5,56%	0,00	
10	8	4	5,60%	5,66%	0,00	
11	9	4,5	5,80%	5,88%	0,00	
12	10	5	6,00%	6,11%	0,00	
13	=100-(+(C5/2*100)/(1+\$D\$3/2)+(C5/2*100)/(1+\$D\$4/2)^2+(100+(C5/2*100))/(1+\$D\$5/2)^3)					
14						
15						

Para despejar la tasa contado para 1,5 años se iguala el flujo de fondos del bono bullet y se despeja j.

$$100 = \frac{4,5/2}{\left(1 + \frac{0,04}{2}\right)} + \frac{4,5/2}{\left(1 + \frac{0,0425}{2}\right)^2} + \frac{100 + 4,5/2}{\left(1 + \frac{j}{2}\right)^3}$$

El procedimiento se agiliza algo usando la herramienta Solver de Excel que consiste en pasar todo el miembro derecho de la ecuación restando y buscando cuál es la tasa que ubicada en la celda D5, iguala la ecuación a 0 (cero) en la celda E5:



# OBTENCIÓN DE LAS TASAS CONTADO CON MATRICES

Una forma más sencilla y rápida para obtener los mismos resultados consiste en utilizar la notación matricial. Si representamos el conjunto de flujos de caja con el vector  $C$ , el vector de los factores de descuento con  $D$ , y el vector de precios de los bonos, tenemos:

$$C = \begin{bmatrix} C^1 T_1 & C^1 T_2 & \dots C^1 T_n \\ C^2 T_1 & C^2 T_2 & \dots C^2 T_n \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C^n T_1 & C^n T_2 & \dots C^n T_n \end{bmatrix} \quad D(0) = \begin{bmatrix} D(0, T_1) \\ D(0, T_2) \\ \vdots \\ D(0, T_n) \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} P(0, T_1) \\ P(0, T_2) \\ \vdots \\ P(0, T_n) \end{bmatrix}$$

Podemos obtener los factores de descuento, multiplicando la matriz inversa de los flujos por el vector de precios:

$$D(0) = C^{-1} \times P(0)$$

# OBTENCIÓN DE LAS TASAS CONTADO CON MATRICES

La forma más común de la curva es 1 y 30 años.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Flujos de caja de los bonos cupón cero y bonos con cupón															
2	Cupón	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
3	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
4	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0					
5	4,50%	2,25	2,25	102,25	0	0	0	0	0	0	0					
6	4,75%	2,375	2,375	2,375	102,375	0	0	0	0	0	0					
7	5,00%	2,5	2,5	2,5	2,5	102,5	0	0	0	0	0					
8	5,25%	2,625	2,625	2,625	2,625	2,625	102,625	0	0	0	0					
9	5,50%	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	102,75	0	0	0					
10	5,60%	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	102,8	0	0					
11	5,80%	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	102,9	0					
12	6,00%	3	3	3	3	3	3	3	3	3	103,0					
13		{=MINVERSA(C3:L12)}														
14	Flujo <sup>-1</sup>															
15	0,0100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	Precio	Sem	F. Desccto	Tasa contado	
16	-	0,0100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	98,04	1	0,980	4,00%	
17	-0,0002	-0,0002	0,0098	-	-	-	-	-	-	-	-	95,88	2	0,959	4,25%	
18	-0,0002	-0,0002	-0,0002	0,0098	-	-	-	-	-	-	-	100	3	0,935	4,51%	
19	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	0,0098	-	-	-	-	-	-	100	4	0,910	4,77%	
20	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	0,0097	-	-	-	-	-	100	5	0,883	5,03%	
21	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0003	0,0097	-	-	-	-	100	6	0,855	5,29%	
22	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0003	0,0097	-	-	-	100	7	0,825	5,56%	
23	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0003	-0,0003	0,0097	-	-	100	8	0,800	5,66%	
24	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0003	-0,0003	-0,0003	0,0097	-	100	9	0,770	5,88%	
25	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0003	-0,0003	-0,0003	-0,0003	-0,0003	-0,0003	0,0097	100	10	0,740	6,11%	

$\{=MMULT(B15:K24;L15:L24)\}$   
 $\{=MINVERSA(C3:L12)\}$   
 $\{=(((1/N15)^(1/M15)-1)*2)\}$

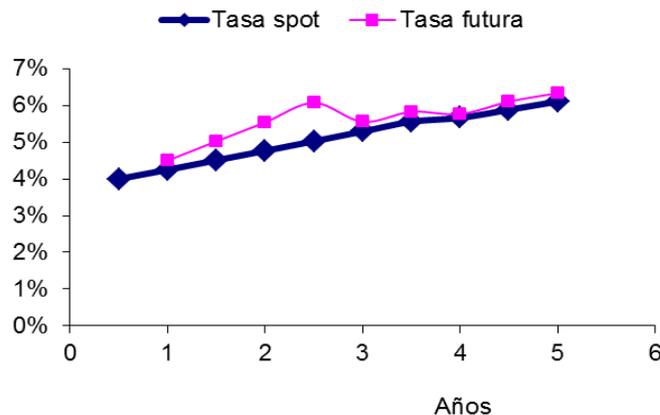
# TASAS FUTURAS

Para obtener las tasas futuras, simplemente despejamos la tasa implícita entre las tasas contado para dos períodos sucesivos:

	A	B	C	D	E	F
17						
18		<b>Años</b>	<b>Tasa spot</b>	<b>Tasa futura</b>		
19		0,5	4,00%			
20		1	4,25%	4,50%	--> =+(((1+C20/2)*2)/(1+C19/2)-1)*2	
21		1,5	4,51%	4,77%		
22		2	4,77%	5,02%		
23		2,5	5,03%	5,29%		
24		3	5,29%	5,55%		
25		3,5	5,56%	5,83%		
26		4	5,66%	5,77%		
27		4,5	5,88%	6,10%		
28		5	6,11%	6,33%		
29						

Por ejemplo, para obtener la tasa futura del segundo semestre, que es la primera tasa futura, hacemos:

$$f_1 = \frac{\left(1 + \frac{0,0425}{2}\right)^2}{\left(1 + \frac{0,04}{2}\right)} - 1 = 4,50\%$$



# ¿POR QUÉ UN BONO DEBERÍA VALORARSE CON LA CURVA SPOT TEÓRICA?

¿Qué fuerza a un bono a ser valuado con las tasas *spot*? Si el precio del bono fuera de \$108,9228, daría lugar a un arbitraje provechoso. El *dealer* del Gobierno adquiriría el bono de 5 años e inmediatamente su flujo de caja sería descompuesto en paquetes de bonos cupón cero que podrían ser vendidos por separado, obteniendo ingresos por \$109,0484. De esta forma, la ganancia por el arbitraje sería de \$0,1256 por cada \$100 de bonos adquiridos.

PV C/TIR=6%	PV C/TASAS SPOT
3,89	3,92
3,77	3,84
3,67	3,74
3,56	3,64
3,46	3,54
3,36	3,43
3,26	3,31
3,17	3,21
3,08	3,09
<u>77,71</u>	<u>77,32</u>
108,9228	109,0484

Solamente, cuando el precio del bono de 5 años alcanzara un precio de \$109,0484 el arbitraje desaparecería. Es este proceso lo que justifica que el bono sea valorado con base en las tasas teóricas de contado.

# RECONSTITUCIÓN DEL PRECIO DEL BONO

En el ejemplo anterior, supusimos que el precio del bono, valuado con la TIR de acuerdo a la curva de rendimientos, era menor que su precio teórico con tasas cero.

Por el contrario, si el precio hubiera sido mayor, el inversor podría reconstituir los flujos del bono pagando un precio más barato, comprando los paquetes de bonos cupón cero por separado. De nuevo, este arbitraje forzaría la oferta y la demanda hasta que los rendimientos igualen las tasas cero teóricas.

# CAMB

Supongamos que se tienen los siguientes bonos A, B, C y D:

	0	1	2	3	4	TIR	MD
BONO A	-95	100				5,3%	0,95
BONO B	-92	3	103			7,5%	1,83
BONO C	-88	4	4	104		8,7%	2,65
BONO D	-85	5	5	5	105	9,7%	3,37

Se observa que la TIR aumenta cuando la duration modificada es mayor

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
13	Matriz de Pagos					Vector Precios		Factor descuento	Tasas spot
14									
15	100	0	0	0		95		0,95	5,26%
16	3	103	0	0		92		0,87	7,49%
17	4	4	104	0		88		0,78	8,81%
18	5	5	5	105		85		0,69	9,88%
19									
20						=MMULT(MINVERSE(A15:D18);F15:F18)			
21									

Podemos obtener las tasas spot usando matrices...

# PRICEANDO UN BONO CON TASAS SPOT

Supongamos ahora que tenemos un Bono E que paga un cupón del 22,17% y amortiza el capital en dos cuotas iguales de \$50 en los últimos dos años. Si su precio se determinara con las tasas spot sería de \$138,19 y su TIR de 8,95%:

	0	1	2	3	4	TIR	MD	CUPÓN
Bono E	-138,19	22,17	22,17	72,17	61,08	8,95%	2,647	22,17%

Note que el bono C tiene igual *duration* modificada pero una TIR de 8,71%. Si utilizáramos la TIR del Bono C para valorar el Bono E, surge un precio de \$139,04, una diferencia de aproximadamente \$1 con el precio de \$138,19, lo cual representaría una oportunidad de arbitraje que podría ser explotada en mercados desarrollados mediante la estrategia de STRIPS.

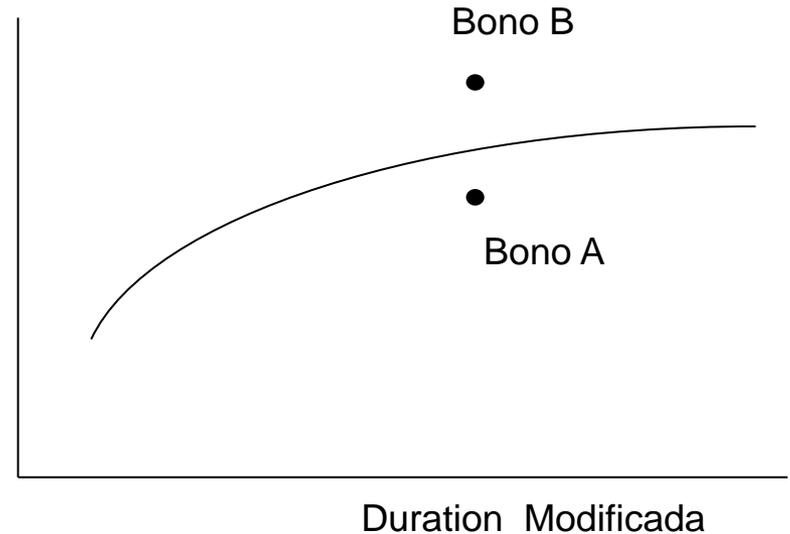
L que pretende demostrar este ejemplo es que la valuación con la curva de rendimientos representada por la relación entre TIR y la MD que predomina en el mercado local no es la forma correcta de valorar un bono. Si hubiéramos valuado el Bono E utilizando la TIR del Bono D de 9,7%, atendiendo a que su vencimiento es también de cuatro años, el precio del Bono E habría sido de \$135,47, una diferencia aún mayor y una oportunidad de arbitraje más atractiva.

# CAMB

Suponga dos Bonos, A y B, que cargan un cupón del 10% anual con intereses semestrales (\$5) y tienen igual vencimiento. Mientras que el Bono A cotiza a la par, el Bono B cotiza por debajo de la par, a \$ 99.

Estrategia propuesta: vender el Bono A y comprar el Bono B. En ese caso, el rendimiento anual de la estrategia sería igual a un rendimiento extra del 1,11%, ya que si bien ambos entregarían un ingreso de \$110,25 dentro de un año (\$100 del capital, \$10 de los dos cupones semestrales y la ganancia de la reinversión del primer cupón de \$5 al 5% por un semestre) en el Bono B se obtiene una ganancia superior porque el precio subiría de \$99 a \$100.

TIR



Precio	100	99
Renta reinv. cupón	0,25	0,25 (5 x5%)
Precio en 1 año	100	100
Ingreso Total en 1 año	110,25	110,25
Rendimiento anual	10,25%	11,36% (110,25/99-1)
Ganancia (\$)	10,25	11,25
Ganancia por arbitraje (%)		1,11% (11,36%-10,25%)

Tabla 15.4 Ilustración de una ganancia por arbitraje.

# Estrategias de inversión con Bonos

Dr. Guillermo L. Dumrauf

Diciembre de 2014

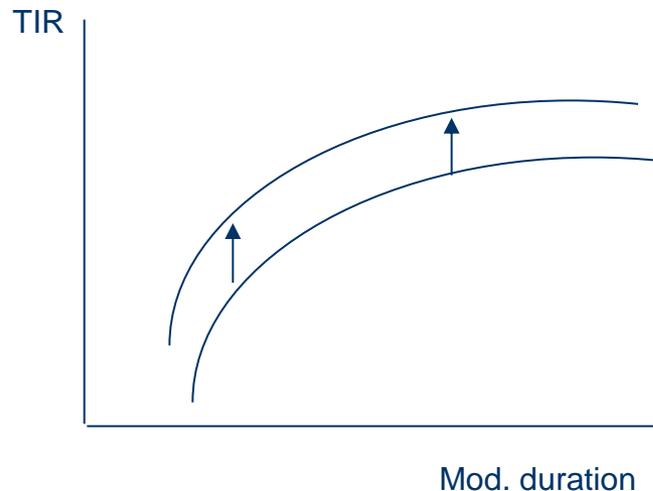
Copyright © 2014 by Dr. Guillermo L. Dumrauf

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means — electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise — without the permission of Dr. Dumrauf.  
This document provides an outline of a presentation and is incomplete without the accompanying oral commentary and discussion.

# CAMBIOS PARALELOS DE LA CURVA

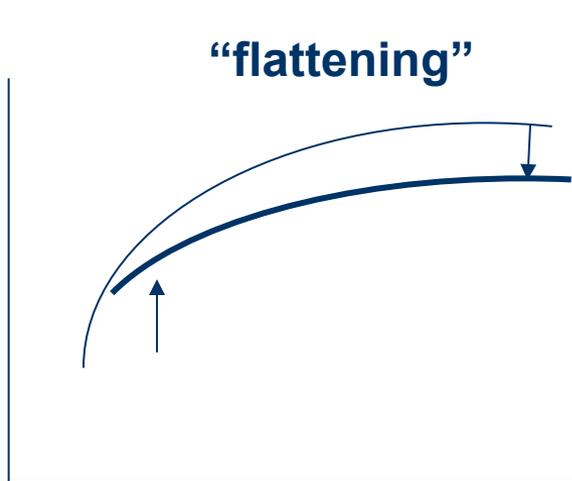
La forma más común de la curva es con pendiente ascendente.

La pendiente de la curva puede medirse por el spread entre los bonos de largo plazo y corto plazo. En los bonos americanos, se compara muchas veces los rendimientos entre los bonos de 1 y 30 años.

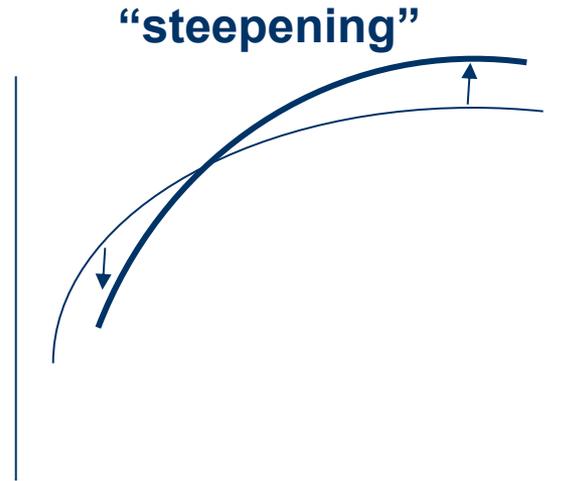


# CAMBIOS NO PARALELOS DE LA CURVA

En la práctica, la curva de rendimientos rara vez muestra desplazamientos paralelos. Es más común ver cambios en la pendiente de la curva.



***Aumenta*** la demanda sobre los bonos largos y ***disminuye*** sobre los bonos cortos



***Disminuye*** la demanda sobre los bonos largos y ***disminuye*** sobre los bonos cortos

## CURVA ASCENDENTE, CON AUMENTO DE TASAS

Con una *curva ascendente*, los bonos de corto plazo ofrecen los rendimientos más bajos, debido a su menor riesgo-tasa de interés.

Aunque existe el riesgo de un aumento en las tasas, podría tomar varios años de tasas en aumento para que una estrategia de roll-over de bonos de corto plazo compense los rendimientos que podrían "cerrarse" hoy comprando un bono de mediano plazo.

**Estrategia:** considere comprar bonos de mediano a largo plazo para capturar el rendimiento extra.

**Claves:** si bien con el bono de dos años se pueden hacer dos roll-over en un período de 12 semestres o 6 años, al comprar bonos de 5 años se contratan cupones mayores, y los flujos de caja se reinvierten a tasa más altas.

## CURVA ASCENDENTE, CON AUMENTO DE TASAS

Considere tres bonos con cupones del 2%, 3,5% y 4% e intereses semestrales, cotizando todos a la par, con vencimientos a 2, 5 y 10 años. Se pronostica que la tasa de interés cambiará de la siguiente forma:

<b>Vencimientos</b>	<b>2 años</b>	<b>5 años</b>	<b>10 años</b>
0-2 años	2%	3,5%	4%
2-4 años	3,8%	4%	5%

A continuación aparecen los *valores acumulados* para tramos de 2 años (2, 4 y 6 .

El valor acumulado es igual al valor futuro de los flujos reinvertidos más el precio del bono si se vendiera en ese momento, que es igual al valor presente del flujo outstanding.

# CURVA ASCENDENTE, CON AUMENTO DE TASAS

La tasa de interés comienza a aumentar a partir del semestre 5:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
4	Cupón	2%	3,50%	4,0%	Tasas de reinversión								
5	Semestre	2 años	5 años	10 años	2 años	5 años	10 años						
6	0	\$ 100,00	\$ 100,00	\$ 100,00									
7	1	1,00	1,75	2,00	1,0%	1,75%	2,0%						
8	2	1,00	1,75	2	1,0%	1,75%	2,0%						
9	3	1,00	1,75	2	1,0%	1,75%	2,0%						
10	4	101,00	1,75	2	1,0%	1,75%	2,0%						
11	5		1,75	2	1,90%	2,00%	2,50%						
12	6		1,75	2	1,90%	2,00%	2,50%						
13	7		1,75	2	1,90%	2,00%	2,50%						
14	8		1,75	2	1,90%	2,00%	2,50%						
15	9		1,75	2	2,10%	2,20%	2,70%						
16	10		101,75	2	2,10%	2,20%	2,70%						
17	11			2	2,10%	2,20%	2,70%						
18	12			2	2,10%	2,20%	2,70%						
19	13			2	2,50%	2,70%	3,00%						
20	14			2	2,50%	2,70%	3,00%						
21	15			2	2,50%	2,70%	3,00%						
22	16			2	2,50%	2,70%	3,00%						
23	17			2	2,70%	3,50%	4,00%						
24	18			2	2,70%	3,50%	4,00%						
25	19			2	2,70%	3,50%	4,00%						
26	20			102	2,70%	3,50%	4,00%						

Valores acumulados cada 4 semestres (2 años)

	VF	PV	Total
2 años	4,06	100,00	104,06
5 años	7,19	98,60	105,79
10 años	8,24	93,47	101,72
2 años	8,14	104,06	112,20
5 años	14,99	99,13	114,12
10 años	17,40	92,91	110,31
2 años	9,73	112,20	121,92
5 años	24,97	110,45	135,42
10 años	27,69	92,98	120,67

2 años

4 años

6 años

La estrategia de comprar bonos con vencimiento a 5 años proporciona el mayor rendimiento, debido a que reinvierte un mayor flujo de caja por su mayor cupón y es menos afectado el valor presente de su flujo de caja remanente.

# DESEMPEÑO DE PORTAFOLIOS PARA CAMBIOS DE LA CURVA

**Vamos a comparar el desempeño de 2 portafolios con la misma duration para cambios paralelos, steepening y flattening.**

- Cambios *steepening*: suponemos una caída de 50 bps en el corto plazo y un aumento de 50 bps en el largo plazo.
- Cambios *flattening*: suponemos un aumento de 50 bps en el corto plazo y una disminución de 50 bps en el largo plazo.

**La fecha del análisis corresponde al 30-3-2011** y luego se realiza una comprobación sobre los resultados a 6 meses, si se hubiera seguido alguna de estas dos estrategias.

# DESEMPEÑO DE PORTAFOLIOS PARA CAMBIOS DE LA CURVA

- Portafolio bullet: compuesto por el bono argentino Bonar 10 con vencimiento en 2017.
- Portafolio barbell: compuesto por los bonos argentinos Boden 15 (89%) con vencimiento en 2015 y Par (11%) con vencimiento en 2038.

	<b>TIR</b>	<b>DURATION</b>	<b>CONVEXITY</b>
<b>Bonar 10</b>	<b>8,2%</b>	<b>5,0</b>	<b>14,2</b>
Boden 15	8,1%	3,9	8,9
Par	9,9%	13,2	105,8
<b>Barbell</b>	<b>8,6%</b>	<b>5,0</b>	<b>19,6</b>

La combinación del portafolio barbell se establece de manera que tenga la misma duration que el bullet.

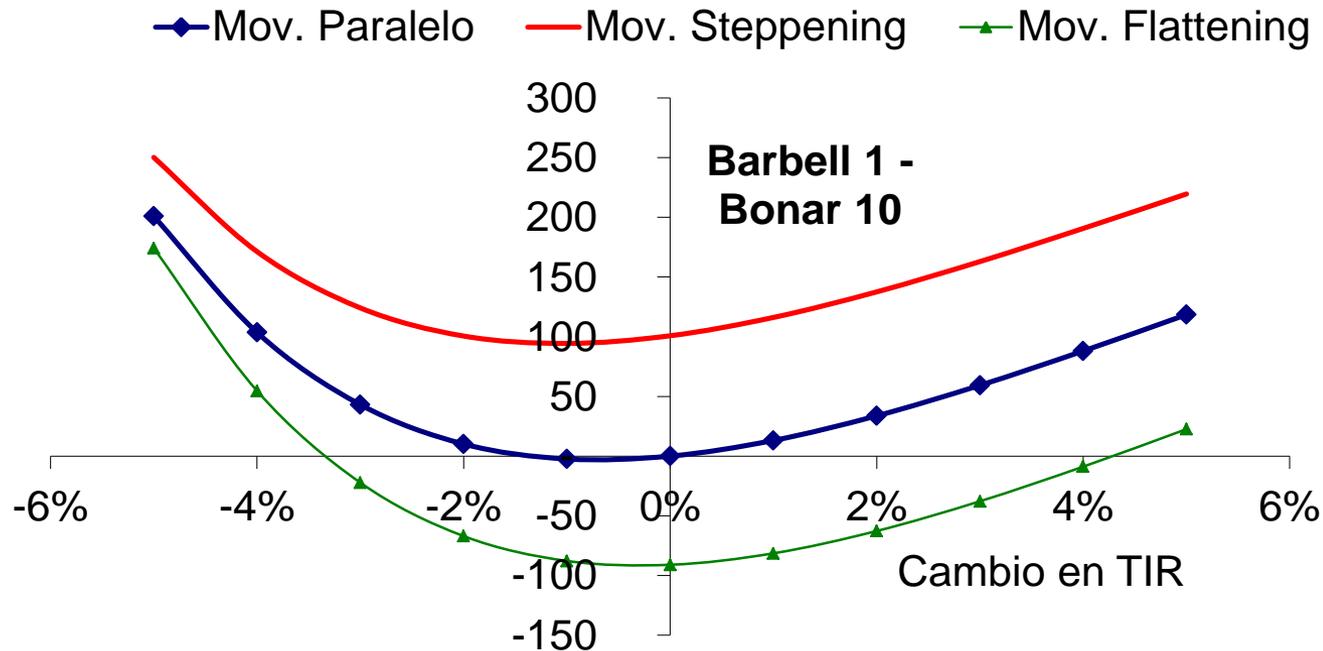
# DESEMPEÑO DE PORTAFOLIOS PARA CAMBIOS DE LA CURVA

## Resultados = Valor Barbell - Valor Bullet

Cambio en TIR	Mov. Paralelo	Steepening	Flattening
-5%	201,00	250,24	174,26
-4%	103,61	171,32	54,64
-3%	43,09	124,15	-22,23
-2%	10,14	100,59	-67,00
-1%	-2,40	94,41	-87,83
0%	0,00	100,82	-91,04
1%	13,11	116,15	-81,44
2%	33,70	137,58	-62,76
3%	59,31	162,98	-37,83
4%	88,05	190,73	-8,84
5%	118,50	219,60	22,58

La variación en puntos básicos de los cambios *steepening* y *flattening* es *adicional* al cambio en la TIR de la primera columna de la y que resulta de un traslado paralelo.

# DESEMPEÑO DE PORTAFOLIOS PARA CAMBIOS DE LA CURVA



- La estrategia barbell 1 se desempeña mejor para cualquier movimiento paralelo o *steepening*; excepto para un cambio paralelo de -1%.
- En cambio, para movimientos *flattening*, solamente lo hace mejor para descenso de la TIR exigida mayores a 3,5 puntos porcentuales (-4% + 50 puntos básicos) o para aumentos mayores a 4,5% (+5% - 50 puntos básicos).

# DESEMPEÑO DE PORTAFOLIOS PARA CAMBIOS DE LA CURVA

## Causas:

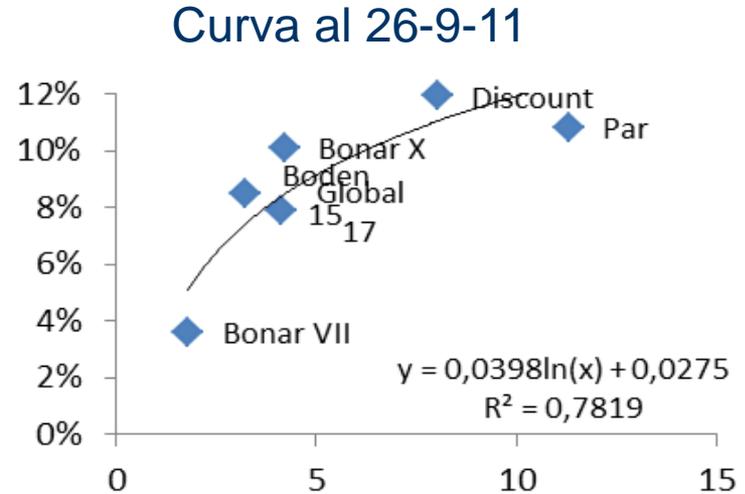
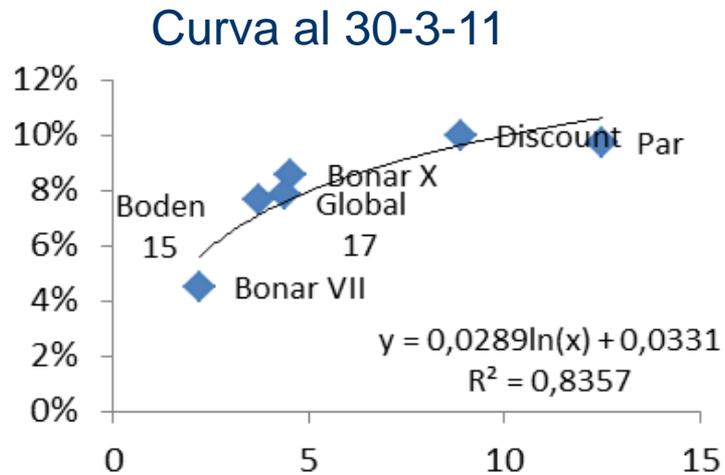
- **Movimientos paralelos o steepening: la estrategia barbell supera a la estrategia bullet.** Si bien el Par sufre el aumento de la tasa en el tramo largo de la curva, tiene una baja participación en el portafolio (11%); en cambio, sufre más relativamente el Bonar 10, que vence en 2017. Por otra parte, el Boden 15 termina beneficiado con una disminución de tasas en el tramo corto.
- **Movimiento flattening, la estrategia buller supera a la estrategia barbell:** la mayor proporción del Boden 15, que sufre el incremento de la tasa en el corto plazo, explica la mayor parte de la diferencia.

# DESEMPEÑO DE PORTAFOLIOS PARA CAMBIOS DE LA CURVA

Entre marzo de 2011 y septiembre de 2011 la curva argentina en dólares tuvo un movimiento steepening.

A continuación veremos cómo se reflejó este movimiento en el valor de los dos portafolios.

# DESEMPEÑO DE PORTAFOLIOS PARA CAMBIOS DE LA CURVA



	Precios al 30/03/2011	Precios al 26/09/2011
<b>Bonar 10</b>	392	383,4
<b>Boden 15</b>	397,4	416,65
<b>Par (para)</b>	166	159

Valor *Bullet* = 9.780,6 (10.000 x 383,4/392)

Valor *Barbell* = 10.439,9 [(0,89x416,65+0,11x159)/(0,89x397,4+0,11x166)] x 10.000

# CONCLUSIONES

- La convexity es útil para mejorar la inmunización de portafolios.
- Cuando pensamos en una estrategia de inversión en bonos debemos tener en cuenta no solamente una expectativa del futuro curso de la tasa de interés, sino...¡la estructura del flujo de caja!

# Estrategias de inversión con renta fija

Dr. Guillermo L. Dumrauf

Diciembre de 2014

**¡Muchas gracias!**